Collection
Mon cahier d'habiletés

MATHS

3e

LIVRE DU PROFESSEUR

CORRIGÉS DES EXERCICES

- Fixations
- Renforcements / Approfondissements
- Situations d'évaluations
- Devoirs de niveaux

JD Éditions
21 B.P. 3636 Abidjan 21
Côte d'Ivoire

SOMMAIRE

	Pages
Leçon 1 : Calcul littéral	5
Leçon 2 : Propriétés de Thalès dans un triangle	16
Leçon 3 : Racines carrées	28
Leçon 4 : Triangle rectangle	34
Leçon 5 : Calcul numérique	42
Leçon 6 : Angles inscrits	53
Leçon 7 : Vecteurs	60
Leçon 8 : Équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	69
Leçon 9 : Équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$	76
Leçon 10 : Coordonnées de vecteurs	84
Leçon 11 : Équations de droite	94
Leçon 12 : Statistique	102
Leçon 13 : Pyramides et cônes	109
Leçon 14 : Applications affines	122
Devoir de niveau 1	131
Devoir de niveau 2	133
Devoir de niveau 3	135

1 CALCUL LITTÉRAL

RÉSUMÉS DE COURS – EXERCICES DE FIXATION

1. QUOTIENT

1. Égalité des quotients

Exercices de fixation

Exercice 1

$L1 \rightarrow \boxed{Faux}$
$L2 \rightarrow \boxed{Vrai}$
$L3 \rightarrow \boxed{Faux}$.

Exercice 2

1. $\frac{-1{,}2}{6} = \frac{-3{,}6}{18}$.
2. $\frac{9}{14} = \frac{13{,}5}{21}$.
3. $\frac{11}{41{,}25} = \frac{4}{15}$.

Exercice 3

1. $ax = by$ équivaut à $\frac{b}{x} = \frac{a}{y}$.
2. $cd = xy$ équivaut à $\frac{d}{y} = \frac{x}{c}$.
3. $bc = xy$ équivaut à $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$.

2. Opérations sur les quotients

Règles

Exercices de fixation

Exercice 1

1. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$.
2. $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$.
3. $\frac{a}{b} + \frac{1}{2b} = \frac{2a+1}{2b}$.
4. $\frac{a}{b} + \frac{a}{d} = \frac{ad+ba}{bd}$

Exercice 2

1. $\frac{a}{b} \times \frac{c}{a} = \frac{ac}{ba}$.
2. $\frac{1}{a} \times \frac{a}{8} = 8$.
3. $\frac{a}{2} \div \frac{2}{a} = \frac{a^2}{4}$.

4. $\frac{a}{b} \div \frac{b}{c} = \frac{ac}{b^2}$.

2. CALCUL LITTERAL

1. Nombres inverses l'un de l'autre

Définition

Exercices de fixation

Exercice 1

1. L'inverse de $-\frac{1}{a}$ est $-a$
2. L'inverse de $\frac{a}{2}$ est $\frac{2}{a}$.
3. L'inverse de $-\frac{a}{b}$ est $\frac{-b}{a.}$.
4. L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

Exercice 2

1. $\frac{a}{b} = a\times\frac{1}{b}$
2. $a\times\frac{1}{a} = 1$
3. $a{:}\frac{1}{a} = a^2$

2. Puissance à exposant entier relatif

Propriété

Exercice de fixation

Exercice

L'inverse de a^2 est $\ldots a^2 \ldots$

L'inverse de b^3 est $\ldots b^{-3} \ldots$

L'inverse de a^5 est ... a^{-5} ...

L'inverse de $\frac{1}{b^2}$ est $\ldots b^2 \ldots$

Propriété

Exercices de fixation

Exercice

1. $a^2\times a^{-1} = a$; 2. $a^2\times a^3 = a^5$
3. $(2a)^2\times a = 4a^3$; 4. $(a^3)^2 = a^6$
5. $\frac{a^5}{a^2} = a^3$

Exercice 2

1. a^3b^5 ; 2. a^2b^{-2} ; 3. a^3b^7.

Exercice 3

1. 2^6 ; 2. 15^4 ; 3. 10^4 ; 4. 2^8 ; 5. 3^5.

Exercice 4 : On trouve 3600.

3. DEVELOPPEMENT ET REDUCTION

Propriété

Exercices de fixation

Exercice 1

1. $x-(3-2x)=3x-3$.
2. $5y+(2-y)+3=4y+5$.
3. $-2(x-7)+(2x+4)=18$.
4. $3(2x^2)-7(-4x)+4(-2x^2)+5(-2x)=18x-2x^2$.

Exercice 2

1. $2n+2(n-2)=4n-4$.
2. $n+2(n-1)+(n-2)=4n-4$.
3. $5n-(n+4)=4n-4$.
4. $4(n-1)=4n-4$.

Exercice 3 : $A=B=D=F=6n-2$

Règles de priorité

Exercice de fixation

Exercice

1. $5-6\times(15-2\times4-5)=7$.
2. $-13+10\div2+3(19-6:2\times7)=-2$.

Développement

Exercices de fixation

Exercice 1

$(4a+3)(3a+5)=15+29a+12a^2$.
$(3a-2)(4a-7)=14-29a+12a^2$.
$(5a+7)(4a+1)=7+33a+20a^2$.

Exercice 2

$(5b-2)(-3b+2)=-4+16b-15b^2$.
$(3x-4)(5x+2)=-8-14x+15x^2$.
$(-4x+17)(-3x-21)=-357+33x+12x^2$.

Égalités remarquables

Exercices de fixation

Exercice 1

$A = x^2 + 2x + 1.$
$B = x^2 - 2x + 1.$
$C = x^2 - 1.$

Exercice 2

$A = 4x^2 + 12x + 9.$
$B = 16x^2 - 40x + 25.$
$C = 4x^2 - 25.$

Exercice 3

$A = 64x^2 - 176x + 121.$
$B = 9 - 4x^2.$
$C = 4x^2 + 20x + 25.$

4. Factorisation

Point Méthode

Exercices de fixation

Exercice 1

$A = 3(x + 2)$;
$B = 2(a - 2b)$;
$C = x(3x + 1).$

Exercice 2

$A = x^4(x - 1).$
$B = x(3y - x)$;
$C = ab^3(1 - a^4 b).$

Exercice 3

$A = (x - 3)(x + 3)$;
$B = (5 - 9x)(2 - 3x).$
$C = 5(2x - 5)(x + 2).$

Exercice 4

$A = (x - 2)(15x + 9).$
$B = 2(2x - 1)(x - 1).$
$C = (x - 1)(2x - 3).$

Exercice 5

$A = (x+3)^2$.
$B = (4x-7)^2$.
$C = (x-10)(x+10)$.
$D = (x-8)(x+2)$.

5. Produit nul – Nombres de même carré

Produit nul

Propriété

Exercices de fixation

Exercice

1. $x(x+13) = 0$

$x = 0 \;\; ou \;\; x = -13$.

Les solutions sont 0 et –13.

2. $x(18-x) = 0$

$x = 0 \;\; ou \;\; x = 18$.

Les solutions sont : 0 et 18.

Exercice 2

1. $3x + 6 = 0 \;\; ou \;\; x + 12 = 0$

$x = -2 \;\; ou \;\; x = -12$.

Les solutions sont : –2 et –12.

2. $2x - 1 = 0 \;\; ou \;\; x - 12 = 0$

$x = \frac{1}{2} \;\; ou \;\; x = 12$.

Les solutions sont : $\frac{1}{2}$ et 12.

Exercice 3

1. $4x - 8 = 0 \;\; ou \;\; 3x - 1 = 0$

$x = 2 \;\; ou \;\; x = \frac{1}{3}$.

Les solutions sont : 2 et $\frac{1}{3}$.

2. $(-5x + 10) = 0 \;\; ou \;\; 7x - 3 = 0$

$x = 2 \;\; ou \;\; x = \frac{3}{7}$.

Les solutions sont : 2 et $\frac{3}{7}$.

Nombres de même carré
Propriétés
Remarques
Exercices de fixation

Exercice 1

a. $x^2 - 2^2 = 0$
$(x-2)(x+2) = 0$
$x - 2 = 0 \;\; ou \;\; x + 2 = 0$
$x = 2 \;\; ou \;\; x = -2$
Les solutions sont –2 et 2.

b. $x^2 - 3^2 = 0$
$(x-3)(x+3) = 0$
$x - 3 = 0 \;\; ou \;\; x + 3 = 0$
$x = 3 \;\; ou \;\; x = -3$
Les solutions sont : 3 ou –3.

c. $x^2 = 0$
$x = 0$ est la solution.

Exercice 2

a. $x^2 - 1 = 0$
$(x-1)(x+1) = 0$
$x = 1 \;\; ou \;\; x = -1.$
Les solutions sont : 1 ou –1.

b. $x^2 - 16 = 0$
$(x-4)(x+4) = 0$
$x - 4 = 0 \;\; ou \;\; x + 4 = 0$
$x = 4 \;\; ou \;\; x = -4$
Les solutions sont : 4 et –4.

c. $x^2 - 49 = 0$
$(x-7)(x+7) = 0$
$x - 7 = 0 \;\; ou \;\; x + 7 = 0$
$x = 7 \;\; ou \;\; x = -7.$
Les solutions sont : 7 et –7.

$x^2 - 121 = 0$
$(x-11)(x+11) = 0$
$x - 11 = 0 \;\; ou \;\; x + 11 = 0$
$x = 11 \;\; ou \;\; x =- 11.$
Les solutions sont : 11 et –11.

3. EXEMPLES D'EXPRESSIONS LITTERALES

1. Polynômes
   Présentations
2. Fractions rationnelles
   Présentations
   Valeurs de la variable pour lesquelles la fraction rationnelle existe
   Exercices de fixation

Exercice 1

1. $\frac{x+3}{x-2}$ existe si et seulement si $x-2 \neq 0$;
   $x \neq 2$.
   $\frac{x+3}{x-2}$ existe si $x \neq 2$.
2. $\frac{x-4}{x+1}$ existe si $x \neq -1$.
3. $\frac{2b+7}{2b}$ existe si et seulement si $b \neq 0$.

Exercice 2

1. $\frac{x+2}{x^2-1}$ existe si et seulement si $x \neq 1$ et $x \neq -1$.
2. $\frac{x}{x^2-9}$ existe si et seulement si $x \neq 3$ et $x \neq -3$.
3. $\frac{x-3}{x^2-64}$ existe si et seulement si $x \neq 8$ et $x \neq -8$.

Simplification d'une fonction rationnelle
Point Méthode

Exercices de fixation

Exercice 1

1. $\frac{2x^2-3x}{4x}$ existe si et seulement si $x \neq 0$.
   Si $x \neq 0$, $\frac{2x^2-3x}{4x} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$.

2. $\frac{x(2x-3)}{-3x}$ existe si et seulement si $x \neq 0$.
   Si $x \neq 0$, $\frac{x(2x-3)}{-3x} = -\frac{2}{3}x + 1$.

3. $\frac{x(x-5)}{(x-2)(x-5)}$ existe si et seulement si $x \neq 2$ et $x \neq 5$.
   si $x \neq 2$ et $x \neq 5$, $\frac{x(x-5)}{(x-2)(x-5)} = \frac{x}{x-2}$.

Exercice 2

1. $\frac{5x+5}{(x+1)(x+3)}$ existe si et seulement si $x \neq -1 \ et \ x \neq -3$.

Si $x \neq -1 \ et \ x \neq -3$, $\frac{5x+5}{(x+1)(x+3)} = \frac{5}{x+3}$.

2. $\frac{2x+6}{x^2-9}$ existe si et seulement si $x \neq 3 \ et \ x \neq -3$.

Si $x \neq 3 \ et \ x \neq -3$, $\frac{2x+6}{x^2-9} = \frac{2}{x-3}$.

3. $\frac{x^2-25}{x^2-5x}$ existe si et seulement si $x \neq 0 \ et \ x \neq 5$.

Si $x \neq 0 \ et \ x \neq 5$, $\frac{x^2-25}{x^2-5x} = \frac{x+5}{x}$.

EXERCICES DE RENFORCEMENT / APPROFONDISSEMENT

1) $A = \frac{a^{-8}\times b^4}{a^{-2}\times b^2}$
$= \frac{b^{4+2}}{a^{-2+8}}$
$= \frac{b^6}{a^6}$
$A = \left(\frac{b}{a}\right)^6$.
$B = \frac{a^8\times b^4\times c^4}{a^2\times b^2}$
$B = a^6\times b^2\times c^4$.

2) 1. $(7x-3)(-5x+2) = -6 + 29x - 35x^2$.
2. $\left(\frac{5}{4}x+5\right)(-12x+2) = 10 - \frac{115}{2}x - 15x^2$.

3) 1. $(5x+1)^2 = 25x^2 + 10x + 1$.
2. $\left(\frac{3}{2}x-12\right)^2 = 144 - 36x + \frac{9}{4}x^2$.
3. $\left(\frac{7}{4}x-5\right)\left(\frac{7}{4}x+5\right) = \frac{49}{16}x^2 - 25$.

4) $A = (2x+1)[(\dots 3x+2 \dots) + (\dots 4x+3 \dots)]$.
$A = (2x+1)[(\dots 3x+2 \dots) + \cdots 4x+3 \dots]$
$A = (2x+1)(\dots 7x+5 \dots)$.

$B = (x+3)(2x-7) + (x+3)(\dots 2x+1 \dots)$
$B = (x+3)[\dots 2x-7 \dots + \cdots 3 - 7x + 2x^2 \dots]$
$B = (x+3)(\dots 2x^2 - 9x - 4 \dots)$.

5) $A = (5x + 2)(x - 2)$.

$$\begin{aligned} B &= (3x - 1)[-2 + (3x + 1) - x - 3] \\ &= (3x - 1)(2x - 4) \\ B &= 2(3x - 1)(x - 2). \end{aligned}$$

$C = (2x - 3)(3x + 8)$.

$$\begin{aligned} D &= (2x + 1 - x - 2)(2x + 1 + x + 2) \\ &= (x - 1)(3x + 3) \\ D &= 2(x - 1)(x + 1). \end{aligned}$$

6) 1. Les solutions sont –2 et $\frac{1}{3}$.

2. Les solutions sont : -2 et $\frac{2}{3}$.

3. Les solutions sont : -, 1 et $\frac{3}{2}$.

7) 1. $A = (3x - 11)(3x + 7)$;

$$\begin{aligned} B &= (8 - 2x - 1)(8 + 2x + 1) \\ &= (7 - 2x)(9 + 2x). \\ C &= (3x - 5)(3x + 5) + (3x + 5)(4x - 7) \\ &= (3x + 5)(3x - 5 + 4x - 7) \\ &= (3x + 5)(7x - 12). \end{aligned}$$

2. A = 0 équivaut à x = $\frac{11}{3}$ ou x = $-\frac{7}{3}$

B = 0 équivaut à $x = \frac{7}{2}$ ou $x = -\frac{9}{2}$

C = 0 équivaut à x = $\frac{-5}{3}$ ou x = $\frac{12}{7}$

8) 1.

$$\begin{aligned} A &= (x - 3)(x + 2) + (x^2 - 9) + 2(3 - x)(2x + 1) \\ &= (x - 3)[(x + 2) + x + 3 - 2(2x + 1)] \\ &= (x - 3)(x + 2 + x + 3 - 4x - 2) \\ &= (x - 3)(-2x + 3) \\ A &= (x - 3)(3 - 2x). \end{aligned}$$

2. B existe si et seulement si $x \neq 3 \;\; et \;\; x \neq \frac{3}{2}$.

3. $B(x) = \frac{(3-2x)^2}{(x-3)(3-2x)}$.

Pour $x \neq 3 \;\; et \;\; x \neq \frac{3}{2}$, $B(x) = \frac{3-2x}{x-3}$.

4. Pour $x = -\frac{1}{2}$; $B = -\frac{4}{5}$

9) 1. $A = 18 - 12x + 2x^2 + (x-3)(8-3x)$
$= 2(9 - 6x + x^2) + (x-3)(8-3x)$
$= 2(x-3)^2 + (x-3)(8-3x)$
$= (x-3)[2x - 3 + 8 - 3x]$
$= (x-3)(-x+5).$

2. Soit :
$B = 9x^2 - 1 + (2-6x)(x+2)$
$= (3x-1)(3x+1) + 2(x+2)(1-3x)$
$= (3x-1)(3x+1-2x-4)$
$= (3x-1)(x-3).$

3. P existe si $x \neq 3 \;\; et \;\; x \neq \frac{1}{3}$.

4. $P = \frac{(x-3)(5-x)}{(x-3)(3x-1)}$.
Si $x \neq 3 \;\; et \;\; x \neq \frac{1}{3}$, $P = \frac{5-x}{3x-1}$.

10) 1. $P(x) = x^2 - 2x + 1 + x^2 + x^2 + 2x + 1$
$= 3x^2 + 2.$

2. $P(x) = 3x^2 + 2$
$P(x) = 77 \Leftrightarrow 3x^2 + 2 = 77$
$3x^2 = 75$
$x = 5$ car $x > 0$.
Les nombres sont : 4 ; 5 ; 6.
En effet, $4^2 = 16$;
$5^2 = 25$
$6^2 = 36$

77.

SITUATIONS D'ÉVALUATION

1) 1. Le périmètre du terrain est P.
   P = $3x + 3z + x - z$
   P = $4x + 2z$
   2. P = $4 \times 50 + 2 \times 20 = 240$
   3. prix de la clôture : $239 \times 1500 + 10\,000 = 36850$
   La somme disponible est suffisante.
2) 1. L'aire $x + 700$.
   2. Cadet : $(x + 700) - 300$.

$(x + 700) + (x) + (x + 700 - 300) = 5300.$

$3x + 1100 = 5300.$

$3x = 4200$

$x = 1400.$

Il ne peut acheter le droit de nage car 1400 < 1500.

3) 1. Si r est le rayon de la base du cylindre, alors la circonférence de cette
   base est …$2\pi r = 8x - 2$ ....
   2. $r = \frac{4x-1}{\pi}$.
   3. $\pi r^2 \times h = \pi \times \frac{(4x-1)^2}{\pi^2} \times 4x$

$V = \frac{4x(4x-1)^2}{\pi}$.

2 PROPRIÉTÉS DE THALÈS DANS UN TRIANGLE

EXERCICES DE FIXATION

I- PROPRIETES DE THALES

EXERCICE 1 :

1- B
2- C

EXERCICE 2 :

Le bon rapport est celui de l'affirmation 3)

EXERCICE 3

On peut appliquer la propriété de THALES aux figures :

- Fig N° 1 : Car Il y a un triangle CSH ou CMT, deux points appartenant à deux côtés différents du triangle (M∈[CS] et T∈[CH] pour CHS) ou (S∈[CM) et H ∈[CT) pour CMTsi on veut élargir le raisonnement), la droite passant par ces deux points (M et T) nommée (MT) est parallèle au troisième côté de la droite (SH).

- Fig N°3 : Car Il y a un triangle (ASK ou ARO), deux points appartenant à deux côtés différents du triangle (O∈[SA) et R∈[KA) pour ASK) ou (K∈ [RA) et S ∈[OA) pour ARO si on veut élargir le raisonnement), la droite passant par ces deux points (R et O) nommée (RO) est parallèle au troisième côté de droite (SK).

Oubien : les points S,A,O et K,A,R sont alignées dans le même ordre tels que (RO)//(SK)

II- CONSEQUENCES DE LA PROPRIETE DE THALES

EXERCICE 1

➢ Fig.1
- MOQ est un triangle tel que N ∈ [MO] et P ∈ [MQ]. De plus (NP)//(OQ) car (NP) et (OQ) sont perpendiculaires à une même droite (MO). On peut donc appliquer la propriété de THALES.
- Trois quotients égaux : En appliquant la conséquence de la propriété de THALES, on a : $\frac{MN}{MO} = \frac{MP}{MQ} = \frac{NP}{OQ}$

➢ Fig.2
- AEC est un triangle tel que D ∈ [AE] et B ∈ [AC]. De plus (DB)//(EC) car elles sont des droites issues de deux angles correspondants, donc de mesure égales avec mes $\widehat{ABD}$=mes $\widehat{ACE}$. On peut donc appliquer la propriété de THALES.
- Trois quotients égaux : En appliquant la conséquence de la propriété de THALES, on a : $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} = \frac{DB}{EC}$

➢ Fig.3
- Les points I, K, M et J, K, L sont alignés dans le même ordre avec un point commun K. De plus les supports (IJ) et (LM) sont parallèles car elles sont des droites issues d'angles alternes-internes de mesures égales avec mes$\widehat{IJK}$=mes$\widehat{MLK}$= 50°.
  On peut donc appliquer la propriété de THALES.
- Trois quotients égaux : En appliquant la conséquence de la propriété de THALES, on a : $\frac{KI}{KM} = \frac{KJ}{KL} = \frac{IJ}{ML}$

EXERCICE 2

Calculons IJ et FG

Considérons le triangle JIF tel que H ∈ [JF) et G ∈ [IF). De plus (IJ)//(GH). En appliquant la propriété réciproque de la propriété de THALES, on a :

$\frac{FI}{FG} = \frac{FJ}{FH} = \frac{IJ}{GH}$Équivaut à : $\frac{3}{FG} = \frac{2{,}5}{1} = \frac{IJ}{1{,}5}$

On déduit : $IJ = \frac{2{,}5\times1{,}5}{1}$ donc : $IJ = 3{,}75$ cm.

De façon analogue : $FG = \frac{3\times1}{2{,}5}$donc : $FG =$1,2 cm.

III- RECIPROQUE DE LA PROPRIETE DE THALES

Exercice 1

Etapes de la démonstration	Numéros
$\frac{IB}{IC} = \frac{IA}{ID}$	2
D'après la réciproque de la propriété de THALES, les droites (CD) et (AB) sont parallèles	5
$\frac{IB}{IC} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$	3
$\frac{IA}{ID} = \frac{8}{11{,}2} = \frac{5}{7}$	4
Les points B, I, C et A, I, D sont alignés dans le même ordre.	1

Exercice 2

Justifions que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Considérons le triangle CBA tel que M ∈ [BA) et N ∈ [CA) et A, B et M sont alignés dans le même ordre que A, C et N.

On a : $\frac{AM}{AB} = 0{,}83$ et $\frac{AN}{AC} = 0{,}83$

Comme $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors d'après la propriété réciproque de la propriété de THALES, on a : (MN)//(BC).

Exercice 3

Justifions que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Considérons le triangle CED tel que A∈ [CE] et B∈ [CD] et C, A et E sont alignés dans le même ordre que C, B et D.

On a : $\frac{CA}{CE} = \frac{3}{5}$ et $\frac{CB}{CD} = \frac{4{,}5}{7{,}5} = \frac{45:15}{75:15} = \frac{3}{5}$

Comme $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD}$ alors d'après la propriété réciproque de la propriété de THALES, on a : (AB)//(ED). (C'est-à-dire que les droites (AB) et (ED) sont parallèles)

Exercice 4 : OQ = 6

IV- PROPRIETES DE THALES ET PROPORTIONNALITE

Exercice

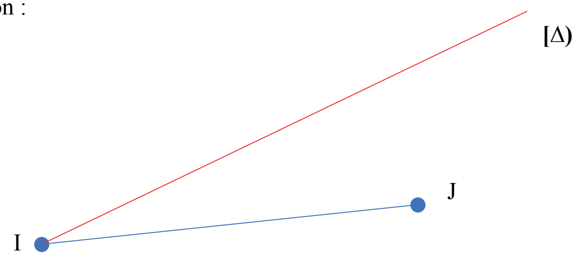
Partageons le segment [IJ] en six segments consécutifs de même longueur sans la règle graduée.

Programme de construction :

- ✓ Etape 1 : fixation d'une extrémité et tracé d'une demi-droite sécante

  A partir d'une extrémité I ou J fixé. (On fixera I) .On trace une demi-droite d'origine I et sécante à la droite (IJ). On l'appellera [Δ).

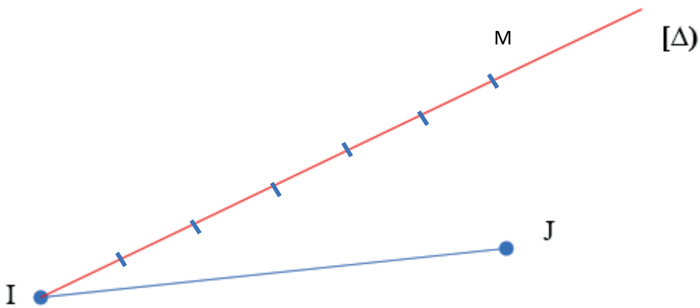
  Illustration :



- ✓ Etape 2 :Partitionnement de la demi-droite avec le compas

  A l'aide du compas, prendre un petit espacement et marquer sur la demi-droite [Δ) six parts égalesà partir du point I. Marque un point M à la sixième et dernière part.

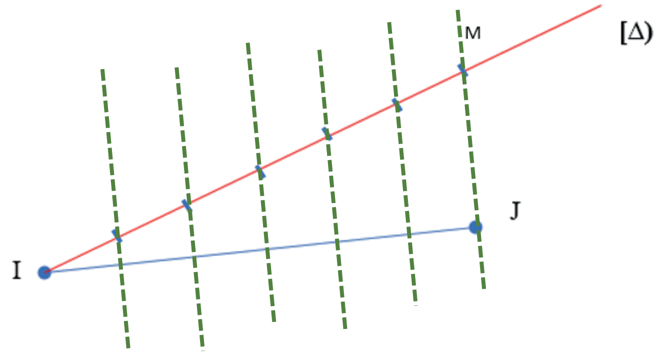
  Illustration :



- ✓ Etape 3 : Tracé des parallèles successives pour le partage du segment [IJ]

  A partir du point M issu de la demi-droite [Δ), Trace une droite (MJ). Puis de façon successive, on trace les parallèles à (MJ) passant par les points de partition ou graduation issue de la demi-droite [Δ). On obtient ainsi un partage du segment [IJ] en six parties égales.

Illustration :



Exercices de renforcement/ approfondissement

Exercice 1

ABC est un triangle, M et N deux points tels que M ∈ (AB) et N ∈ (AC). Si (MN)//(BC) alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

ABC est un triangle, M et N deux points tels que M ∈ (AB) et N ∈ (AC) et A, B et M sont alignés dans le même ordre que A, C et N. Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors (MN)//(BC)

ABC est un triangle, M et N deux points tels que M ∈ (AB) et N ∈ (AC). Si (MN)//(BC) alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Réciproque de la propriété de THALES

Conséquence de la propriété de THALES

Propriété de THALES

Exercice 2

Les cas de figure où l'on peut appliquer la propriété de THALES sont :

a) : Il y a présence de triangle, deux points appartenant à deux côtés différents du triangle considéré et la droite passant par ces deux points est parallèle au troisième côté du triangle.

NB : le parallélisme se justifie ici par la propriété relative à la droite des milieux.

c) : Il y a présence de triangle, deux points appartenant à deux côtés différents du triangle considéré tel qu'il y a un alignement de même ordre et la droite passant par ces deux points est parallèle au troisième côté du triangle.

NB : le parallélisme ((BA)//((DE)) se justifie ici par la propriété relative à deux droites (BA) et (DE) perpendiculaires à une même droite (AC)

Exercice 3

Ecrivons une égalité de cinq quotients à partir de cette figure.

- En considérant le triangle AFH et en appliquant la conséquence de la propriété de THALES, on a :

$$\frac{AE}{AF} = \frac{AG}{AH} = \frac{EG}{FH}$$

- En considérant le triangle AFJ et en appliquant la conséquence de la propriété de THALES, on a :
$$\frac{AE}{AF}=\frac{AI}{AJ}=\frac{EI}{FJ}$$
- En considérant le triangle EIG tel que M est le point d'intersection des droites (JF) et (EG) et en appliquant la conséquence de la propriété de THALES, on a :
$$\frac{GJ}{GI}=\frac{GM}{GE}=\frac{JM}{IE}$$
- En considérant le triangle FJH tel que M est le point d'intersection des droites (JF) et (EG) et en appliquant la conséquence de la propriété de THALES, on a :
$$\frac{JM}{JF}=\frac{JG}{JH}=\frac{MG}{FH}$$
- En considérant le triangle EIG tel que M est le point d'intersection des droites (JF) et (EG) et en appliquant la conséquence de la propriété de THALES, on a :
$$\frac{GJ}{GI}=\frac{GM}{GE}=\frac{JM}{IE}$$
- Soit N le point d'intersection des droites (EI) et (FH). En considérant le triangle NIH et en appliquant la conséquence de la propriété de THALES, on a :
$$\frac{IE}{IN}=\frac{IG}{IH}=\frac{EG}{NH}$$
- Etc…

Exercice 4

Considérons le triangle OIK tels que les points O,I, K et O,J, L sont alignés dans le même ordre appartenant respectivement aux cercles (C) et (C') de centre O.

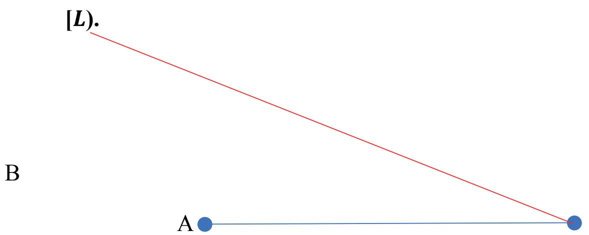
On a : $\frac{OI}{OK}=\frac{3}{7}$ et$\frac{OJ}{OL}=\frac{3}{7}$. Comme$\frac{OI}{OK}=\frac{OJ}{OL}$, d'après la propriété réciproque de THALES,on a : (IJ)//(KL)

Exercice 5

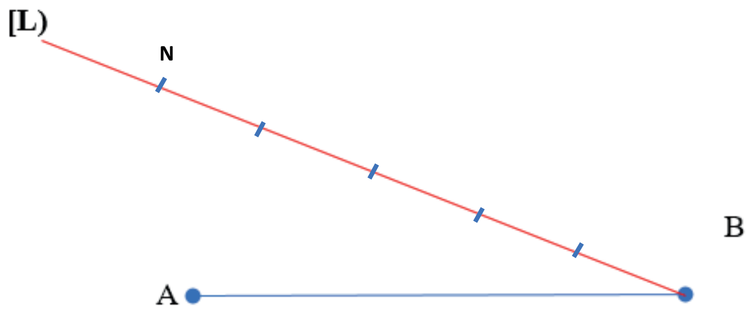
On a : $BM=\frac{3}{5}AB$ *équivaut* à $BM=\frac{3}{5}BA$, le point B sera le point fixé.

Programme de construction :

- ✓ Etape 1 : fixation d'une extrémité et tracé d'une demi-droite sécante
  A partir de l'extrémité B. On trace la demi-droite d'origine B et sécante à la droite (AB). On l'appellera $[L)$.
  Illustration :



- ✓ Etape 2 : Partitionnement de la demi-droite avec le compas
  A l'aide du compas, prendre un petit espacement et marquer sur la demi-droite $[L)$ cinq parts égales à partir du point B. Marque un point N à la cinquième et dernière part.
  Illustration :



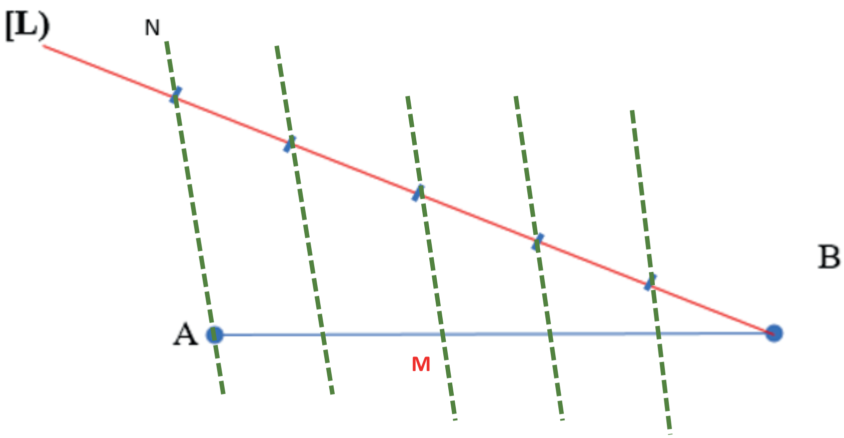
- ✓ Etape 3 : Tracé des parallèles successives pour le partage du segment [AB]

A partir du point M issu de la demi-droite [L), Trace une droite (NA). Puis de façon successive, on trace les parallèles à (NA) passant par les points de partition ou graduation issue de la demi-droite [L). On obtient ainsi un partage du segment [BA] en cinq parties égales.

- ✓ Etape 4 : Position du point M

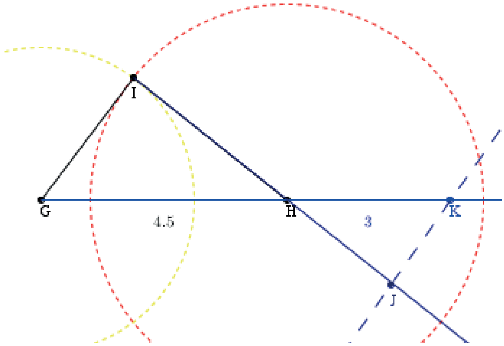
On compte 3 parts sur les cinq à partir du point B. On place ainsi le point M

Illustration :



Exercice 6

1- a) Construisons le triangle
   b) Plaçons le point K (voir figure)
   c) Plaçons le point J (Voir figure)



2- Justifions que les droites (IG) et (KJ) sont parallèles.

Considérons le triangle GHI tels que K ∈ [GH] et J ∈ [IH). Les points G,H,K sont alignés dans le même ordre que les points I,H,J. On a : $\frac{HK}{HG} = \frac{3}{4,5} = \frac{30:15}{45:15} = \frac{2}{3}$ et $\frac{HJ}{HI} = \frac{2,4}{3,6} = \frac{24:12}{36:12} = \frac{2}{3}$

Comme$\frac{HK}{HG} = \frac{HJ}{HI}$, donc d'après la propriété réciproque de la propriété de THALES :(IG) //(KJ).

Exercice 7

1- Justifions que :

a) Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Les droites (AB) et (DE) sont toutes deux sécantes à une même droite (DB). De par leurs positionspar rapport à la droite (DB), les angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{EDB}$ sont dit alternes-internes.
Or mes $\widehat{ABD}$= mes $\widehat{EDB}$ $= 60°$ (propriétés des triangles équilatéraux ABC et BED).
Il en résulte que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

b) Les droites (BE) et (AC) sont parallèles.

Les droites (BE) et (AC) sont toutes deux sécantes à une même droite (DB). De par leurs positions par rapport à la droite (DB), les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{DBE}$ sont dit alternes-internes.
Or mes $\widehat{ACB}$= mes $\widehat{DBE}$ $= 60°$ (propriétés des triangles équilatéraux ABC et BED).
Il en résulte que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

2- a) Démontrons que:$\frac{IB}{ID} = \frac{IA}{IE} = \frac{AB}{ED}$et $\frac{IC}{IB} = \frac{IA}{IE} = \frac{AC}{BE}$

D'une part : considérons le triangle CIA.E ∈ [AI), B ∈ [CI). Les points A, I et E sont alignés dans le même ordre que les points C, I et B. De plus (AC)//(BE). D'après la conséquence de la propriété de THALES on a : $\frac{IB}{IC} = \frac{IA}{IE} = \frac{BA}{CE}$. Or BA = AC = BC.

Donc :$\frac{IB}{IC} = \frac{IA}{IE} = \frac{AC}{CE}$.

D'autre part :considérons le triangle AIB. E ∈ [AI), D ∈ [BI). Les points A, I et E sont alignés dans le même ordre que les points B, I et D. De plus (AB)//(DE). D'après la conséquence de la propriété de THALES on a : $\frac{IB}{ID} = \frac{IA}{IE} = \frac{BA}{DE}$

Soit :$\frac{IB}{ID} = \frac{IA}{IE} = \frac{AB}{ED}$.

De tout ce qui précède, il résulte que :$\frac{IB}{ID} = \frac{IA}{IE} = \frac{AB}{ED}$ et $\frac{IC}{IB} = \frac{IA}{IE} = \frac{AC}{BE}$.

b)Déduisons que :$IB^2 = ID\times IC$

Des relations ci-dessus on a : d'une part $\frac{IB}{ID} = \frac{IA}{IE}$ et d'autre part $\frac{IC}{IB} = \frac{IA}{IE}$.

Il s'en suit que : $\frac{IB}{ID} = \frac{IC}{IB}$ donc : $IB^2 = ID\times IC$.

Exercice 8

1- Démontrons que le triangle EGH est isocèle en G.

Les droites parallèles (EF) et (GH) sont sécantes en une même droite (EH). Par conséquent les angles $\widehat{FEO}$ et $\widehat{OHG}$ sont dits alternes-internes et de même mesure.
Or mes $\widehat{FEO}$ = mes$\widehat{GEO}$, d'où mes $\widehat{GEO}$ = mes $\widehat{OHG}$
Le triangle EGH possède deux angles de même mesure. Il est donc isocèle en G.

2- Justifions que $\frac{EG}{EF} = \frac{OG}{OF}$.

Considérons le triangle OGH. E ∈ [HO), F ∈ [GO). Les points H, O et E sont alignés dans le même ordre que les points G, O et F. De plus (EF)//(GH). D'après la conséquence de la propriété de THALES on a : $\frac{OG}{OF} = \frac{OH}{OE} = \frac{GH}{FE}$ équivaut à : $\frac{OG}{OF} = \frac{GH}{EF}$. Or GH = EG car EGH est isocèle en G.
Par conséquent : $\frac{OG}{OF} = \frac{EG}{EF}$. Soit : $\frac{GH}{EF} = \frac{OG}{OF}$

Exercice 9

Justifions que la distance focale AF est égale à 16,5 mm.

Considérons le triangle ABF. D ∈ [BF), C ∈ [AF). Les points B, F et D sont alignés dans le même ordre que A, F et C. De plus, (AB)//(CD).
D'après la propriété réciproque de la propriété de THALES, on a :
$\frac{FA}{FC} = \frac{FB}{FD} = \frac{AB}{CD}$équivaut à : $\frac{FA}{FC} = \frac{AB}{CD}$
Or $FC = AC - AF$ d'où : $\frac{FA}{AC-AF} = \frac{AB}{CD}$ équivaut à : $(AC - AF)\times AB = FA\times CD$

Par suite : $AF = \frac{AC\times AB}{AB+CD} = \frac{18 \times 5{,}5}{5{,}5 + 0{,}5} = \frac{99}{6} = 16{,}5\ mm$
La distance focale est donc AF = 16,5 mm

Exercice 10

Vérifions si Keita a raison à propos de la distance Terre-Lune notée TL.
On sait que (OS) // (UL) car elles sont perpendiculaires à une même droite (TO).
En considérant le triangle TOS. On a : U ∈ [TO], L ∈ [TS] tel que T, U, O sont alignés dans le même ordre que T, L, S et (OS)//(UL). D'après la conséquence de la propriété de THALES :
$\frac{TU}{TO} = \frac{TL}{TS} = \frac{UL}{OS}$, donc :$\frac{TL}{TS} = \frac{UL}{OS}$
Par suite : $TL = \frac{UL \times TS}{OS} = \frac{1738 \times 150\,000\,000}{696\,000}$
Soit $TL = 374568{,}9655\ Km$.
Par arrondi on a : $TL = 374569\ Km$.
Par conséquent, notre ami Kéita a parfaitement raison.

Exercice 11

1- Démontrons que les droites (DC) // (EY)

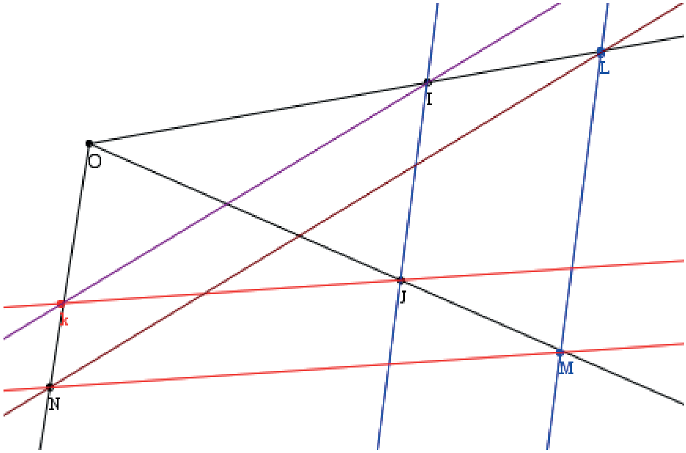
Les droites (DC) et (EY) sont perpendiculaires à la même droite (DE). Par conséquent, (DC)//(EY)

2- Calculons la profondeur DC du puits.

Les points D, A et E sont alignés dans le même ordre que les points C, A et Y. De plus (DC)//(EY)
D'après la conséquence de la propriété de THALES on a : $\frac{AE}{AD} = \frac{AY}{AC} = \frac{EY}{DC}$.
Soit $\frac{AE}{AD} = \frac{EY}{DC}$, donc $DC = \frac{AD \times EY}{AE} = \frac{1{,}5 \times 1{,}7}{0{,}6} = 4{,}25\ m$
Le puits a une profondeur de 4,25 mètres.

Exercice 12

1- Construction : Voir figure



2- Démontrons que les droites (IK) et (LN) sont parallèles

D'une part : considérons le triangle ONM. K ∈ [ON], J ∈ [OM] tel que (JK)//(MN). D'après la conséquence de la propriété de THALES, on a les égalités suivantes :

$\frac{OK}{ON} = \frac{OJ}{OM} = \frac{JK}{MN}$(1)

D'autre part :considérons le triangle OML. J ∈ [OM], I ∈ [OM] tel que (IJ)//(LM). D'après la conséquence de la propriété de THALES, on a les égalités suivantes :

$\frac{OJ}{OM} = \frac{OI}{OL} = \frac{IJ}{LM}$(2)

Par ailleurs :considérons le triangle ONL. K ∈ [ON], I ∈ [OL] tel que les points O, K et N sont alignés dans le même ordre que O, I et L.

D'après les relations (1) et (2) on a : $\frac{OK}{ON} = \frac{OI}{OL} = \frac{OJ}{OM}$.

D'après la propriété réciproque de la propriété de THALES, les droites (IK) et (LN) sont parallèles.

Exercice 13

1- Justifions que :$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$

Les points A, N et C sont alignés. De même que les points B, A et M. On peut donc calculer le rapport de distances entre eux. Ainsi on a :

D'une part : $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$ et d'autre part : $\frac{AM}{AB} = \frac{4:2}{6:2} = \frac{2}{3}$

Donc $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$

2- Les droites (MN) et (BC) ne sont en aucun cas parallèles. En effet, en considérant le triangle ABC, N ∈ [AC] et M ∈ [BA) tel que M ∉ [AB]. De plus, les points A, N et C puis A, M et B ne sont pas alignés dans le même ordre. On ne peut pas appliquer une propriété de THALES.

Exercice 14

1- Démontrons que les droites (AR) et (SI) sont parallèles.

Considérons le triangle STI tel que : A∈ [TS] et R ∈ [TI]. Aussi, les points T, R, I et T, A, S sont alignés dans le même ordre. De plus $\frac{TR}{TI} = \frac{4,2}{6,3} = \frac{42:21}{63:21} = \frac{2}{3}$ et $TA = \frac{2}{3}TS$ d'où $\frac{TA}{TS} = \frac{2}{3}$.

Comme : $\frac{TR}{TI} = \frac{TA}{TS}$ alors d'après la propriété réciproque de la propriété de THALES, (AR)// (SI).

2- Je justifie que TS = 3,3.

En appliquant la propriété de THALES dans le triangle STI, on a l'égalité : $TS = \frac{TA \times TI}{TR}$

Soit : $TS = \frac{2,2 \times 6,3}{4,2} = 3,3$

3- Calcul de la longueur AR.

En appliquant la conséquence de la propriété de THALES on a l'égalité suivante :

$\frac{TA}{TS} = \frac{TR}{TI} = \frac{AR}{SI}$ donc : $AR = \frac{TA \times SI}{TS} = \frac{2,2 \times 5,4}{3,3} = 3,6$ oubien $AR = \frac{TR \times SI}{TI} = \frac{4,2 \times 5,4}{6,3} = 3,6$

Exercice 15

1- Démontrons que le nombre x vérifie l'équation : $7x = 5x + 15$.

Considérons le triangle MRS tel que I ∈ [MR], E ∈ [MS] avec (IE)//(RS). D'après la conséquence de la propriété de THALES on a : $\frac{MI}{MR} = \frac{ME}{MS} = \frac{IE}{RS}$ équivaut à : $\frac{x}{x+3} = \frac{ME}{MS} = \frac{5}{7}$

Soit : $\frac{x}{x+3} = \frac{5}{7}$ équivaut à : $7x = 5x + 15$.

Donc le nombre x vérifie bien l'équation $7x = 5x + 15$.

2- Déterminons la longueur MI.

On sait que $MI = x$.

En résolvant l'équation ci-dessus on obtient : $7x = 5x + 15$ équivaut à : $2x = 15$

Soit $x = \frac{15}{2} = 7,5\ cm$

Ainsi on a $MI = 7,5\ cm$

Exercice 16

En appliquant la conséquence de la propriété de THALES d'une part dans le triangle ACE et d'autre part dans le triangle CDE, on obtient les égalités :

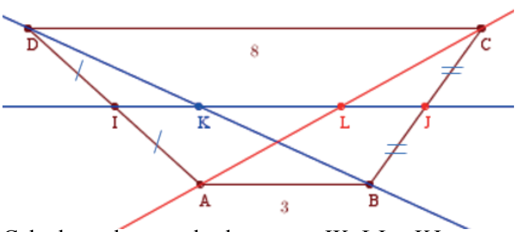
$\frac{CF}{CA} = \frac{CB}{CE} = \frac{FB}{AE}$ et $\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CE} = \frac{AB}{DE}$.

On en déduit que : $\frac{CF}{CA} = \frac{CB}{CE} = \frac{CA}{CD}$ donc : $\frac{CA}{CD} = \frac{CF}{CA}$

Par suite : $CF = \frac{CA^2}{CD} = \frac{3^2}{6} = \frac{3}{2} = 1,5\ cm$

Exercice 17

1- Construction (Voir figure)



2- Calculons chacune des longueurs IK, LJ et KJ.

- Calculons IK.

En considérant le triangle BAD, I ∈ [DA], K ∈ [DB] avec (IK)//(AB). D'après la conséquence de la propriété de THALES on a : $\frac{DI}{DA} = \frac{DK}{DB} = \frac{IK}{AB}$. Or I est le milieu de [AD] équivaut à :$\frac{DI}{DA} = \frac{DI}{2DI} = \frac{1}{2}$

Par suite :$\frac{IK}{AB} = \frac{1}{2}$ équivaut à : $IK = \frac{1}{2}$AB= $\frac{1}{2}$×3 = $\frac{3}{2}$ = 1,5.

Soit $IK = 1{,}5$ cm.

- Calculons LJ.

En considérant le triangle BAC, L∈ [CA], J∈ [CB] avec (LJ)//(AB). D'après la conséquence de la propriété de THALES on a : $\frac{CL}{CA} = \frac{CJ}{CB} = \frac{LJ}{AB}$. Or J est le milieu de [BC] équivaut à :$\frac{CJ}{CB} = \frac{CJ}{2CJ} = \frac{1}{2}$

Par suite :$\frac{LJ}{AB} = \frac{1}{2}$ équivaut à : $LJ = \frac{1}{2}$AB= $\frac{1}{2}$×3 = $\frac{3}{2}$ = 1,5.

Soit $LJ = 1{,}5$ cm.

- Calculons KJ

En considérant le triangle BCD, K∈ [BD], J ∈ [BC] avec (BD)//(KJ). D'après la conséquence de la propriété de THALES on a : $\frac{BK}{BD} = \frac{BJ}{BC} = \frac{KJ}{DC}$. Or J est le milieu de [BC] équivaut à :$\frac{BJ}{BC} = \frac{BJ}{2BJ} = \frac{1}{2}$

Par suite :$\frac{KJ}{DC} = \frac{1}{2}$ équivaut à : $KJ = \frac{1}{2}$ DC= $\frac{1}{2}$×8 = 4.

Soit $KJ = 4$ cm.

3- a) Justifions que $IJ = 5{,}5\ cm$

I, J et K sont alignés. On a : $IJ = IK + KJ = 1{,}5 + 4 = 5{,}5$

Soit $IJ = 5{,}5\ cm$.

b)[LK] et [IJ] ont-ils le même milieu ?.

Preuve :

Supposons F le milieu de [KL] et O le milieu de [IJ].

Cela traduit que : $FL = FK\ et\ KL = 2FK$.Avec $= KJ - LJ = 4 - 1{,}5 = 2{,}5cm$.

Alors FK = FL= 1,25 cm.

Or Par hypothèse : O milieu de [IJ] traduit que : OI = OJ=$\frac{1}{2}IJ = 2{,}75\ cm$.

Et $= OI - IK = 2{,}75 - 1{,}5 = 1{,}25\ cm$. De même OL = $OJ - LJ = 2{,}75 - 1{,}5 = 1{,}25\ cm$

Par suite, on a : OK = FK = OK = OL = 1,25 cm.

Il résulte que O = F. Les points O et F sont confondus.

Par conséquent les segments [LK] et [IJ] ont le même milieu.

Exercice 18

Démontrons que les droites (AP) et (EH) sont parallèles.

Considérons le triangle CAP. On a : E ∈ [CA] et H ∈ [CP]. On a : $\frac{CH}{CP} = \frac{CH}{2CH} = \frac{1}{2}$et $\frac{CE}{CA} = \frac{CE}{2CE} = \frac{1}{2}$.

Comme $\frac{CH}{CP} = \frac{CE}{CA}$. Alors d'après la propriété réciproque de la propriété de THALES, (AP) // (EH).

1- Démontrons que $\frac{BG}{BE} = \frac{2}{3}$

Considérons le triangle BEH tel que : G∈ [BE] et P∈ [BH]. On a :(GP)//(EH) car les points A, G et P sont alignés tels que (AP)//(EH).

D'après la propriété de THALES on a : $\frac{BG}{BE} = \frac{BP}{BH}$ or $BP = 2BI\ et\ BH = 3BI$

Par suite : $\frac{BG}{BE} = \frac{2BI}{3BI}$.

Soit $\frac{BG}{BE} = \frac{2}{3}$

Exercice 19

1- Démontrons que le quadrilatère BMDP est un parallélogramme.

ABCD est un parallélogramme tel que M est le milieu de [AB], P est le milieu de [CD]et $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. Puisque BM = PD et (BM)//((PD). Il résulte que le quadrilatère BMDP est un parallélogramme.

2- En appliquant la propriété de THALES aux triangles ABJ et CDI. On a :

D'une part : $\frac{AM}{AB} = \frac{AI}{AJ}$. Equivaut à $\frac{AI}{AJ} = \frac{1}{2}$. I est le milieu de [AJ] d'où AI = IJ.

D'autre part :$\frac{CP}{CD} = \frac{CJ}{CI}$. Equivaut à $\frac{CJ}{CI} = \frac{1}{2}$. Jest le milieu de [CI] d'où CJ = IJ.

Or, les points A, I, J et C étant alignés, on a : $AI + IJ + JC = AC$ équivaut à :$3AI = AC$.(Car AI = IJ = JC).

Soit $AI = \frac{1}{3}AC$

Situations d'évaluation

Exercice 1

1- Justifions que la longueur AS = 6,5 m

Considérons le triangle SAB tel que M $\in [SA]$, N ∈ [SB] et (MN) // (AB). D'après la propriété de THALES, on a : $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$Or $\begin{cases} SA = SM + MA\ d'où\ SM = SA - MA \\ SB = SN + NB\ d'où\ SN = SB - NB \end{cases}$, les points S,A,M puis S, B,N sont alignés.

On aura :$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$ équivaut à : : $\frac{SA-MA}{SA} = \frac{SB-NB}{SB}$

Soit $\frac{SA}{SA} - \frac{MA}{SA} = \frac{SB}{SB} - \frac{NB}{SB}$ équivaut à : $1 - \frac{MA}{SA} = 1 - \frac{NB}{SB}$

Ainsi : $\frac{MA}{SA} = \frac{NB}{SB}$ ce qui implique que : $SA = \frac{MA \times SB}{NB}$ équivaut à : $SA = \frac{1{,}95 \times 6}{1{,}8}$

Soit $SA = 6{,}5$ m

2- Calculons SM et SN.

On a : $SM = SA - MA$ équivaut à : $SM = 6{,}5 - 1{,}95$. Soit SM = 4,55 m

Et $SN = SB - NB$ équivaut à : $SN = 6 - 1{,}8$. Soit SN = 4,2 m

Exercice 2

1- Relation entre HP, AB, AH et HM.

Considérons le triangle MHP rectangle en H. B $\in [MP]$, A ∈ [MH] et (HP) // (AB) car les droites (HP) et (AB) sont perpendiculaires à la même droite support (MH). D'après la conséquence de la propriété de THALES, on a :

$\frac{MA}{MH} = \frac{MB}{MP} = \frac{AB}{HP}$ donc : $\frac{MA}{MH} = \frac{AB}{HP}$Or $MA = MH - AH$

Soit $\frac{MH-AH}{MH} = \frac{AB}{HP}$ donc : $\frac{MH}{MH} - \frac{AH}{MH} = \frac{AB}{HP}$

Ainsi on a : $1 - \frac{AH}{HM} = \frac{AB}{HP}$. Telle est la relation liant HP, AB, AH et HM.

2- a) La portée du feu de croisement.

De la relation précédente on a la portée HM = $\frac{AH}{1-\frac{AB}{HP}}$

Soit : HM = $\frac{5}{1-\frac{0{,}25}{0{,}6}} = 8{,}5714$. La portée du feu de croisement a une valeur égale à : HM = 8,57 m

b) On a : $HM < 30 < 45$

L'éclairage des phares est trop faible (Très en deçà du seuil normal d'éclairage). Il n'y a donc aucun risque que l'automobiliste éblouisse les autres automobilistes.

3 RACINES CARRÉES

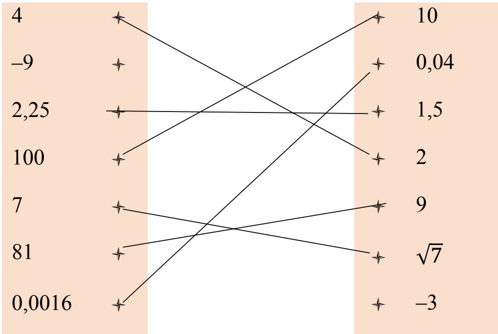
I. DÉFINITION DE LA RACINE CARRÉE

Définition

Notation

Exercices de fixation

1)



2) $\sqrt{36}$ … 6 … ; $\sqrt{\ldots 2401 \ldots} = 49$; $\sqrt{\ldots 3{,}24 \ldots} = 1{,}8$; $\sqrt{2{,}25} = \cdots 1{,}5 \ldots$
$\sqrt{19^2} = \cdots 19 \ldots$; $\sqrt{\ldots 5{,}1076 \ldots} = 2{,}26$; $\sqrt{\ldots 4056196 \ldots} = 2014$;
$\sqrt{289} = \cdots 17 \ldots.$

II. PROPRIÉTÉS

1. Conséquences de la définition

Exercice de fixation

1)

x	441	..64..	..1,22..	10,25	..841..	25	..10000..	..324..	0,0001	256
$\sqrt{x}$	..21..	8	1,1	..3,20..	29	..5..	100	18	..0,01..	..16..

2. Produits et racines carrées

Propriété

Exercices de fixation

1) $\sqrt{16\times81} = \cdots 36 \ldots$; $\sqrt{8}\times\sqrt{2} = \cdots 4 \ldots$; $\left(\sqrt{3{,}9}\right)^2 = \cdots 3{,}9 \ldots$
$\sqrt{6\times24} = \cdots 12 \ldots$; $\sqrt{17^2} = \cdots 17 \ldots$; $\sqrt{4\times5^2} = \cdots 10 \ldots$

2) $\sqrt{16\times25} = \cdots 20 \ldots$; $\sqrt{12}\times\sqrt{3} = \cdots 6 \ldots$; $\sqrt{100}\times\sqrt{81} = \cdots 90 \ldots$
$\sqrt{3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{6}\times\sqrt{4} = \cdots 12 \ldots$; $\sqrt{22}\times\sqrt{11}\times\sqrt{2} = \cdots 22 \ldots$

3. Produits, fraction et racines carrées

Propriété

Exercices de fixation

1) $\sqrt{\frac{49}{16}} = \cdots \frac{7}{4} \ldots$; $\sqrt{\frac{144}{36}} = \cdots \frac{12}{6} = 2 \ldots$; $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \cdots 5 \ldots$; $\frac{\sqrt{117}}{\sqrt{13}} = \cdots 3 \ldots$;
$\sqrt{\frac{1}{81}} = \cdots \frac{1}{9} \ldots$; $\sqrt{\frac{2}{3}}\times\sqrt{\frac{3}{8}} = \cdots \frac{1}{2} \ldots$; $\sqrt{\frac{55}{4}}\times\sqrt{\frac{20}{11}} = \cdots 5 \ldots$;

$\sqrt{\frac{3}{28}} \times \sqrt{\frac{12}{7}} = \cdots \frac{3}{7} \ldots.$

2) 1. $\sqrt{\frac{x}{y}} \ldots = \cdots \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} \ldots$;

2. $\frac{\sqrt{x}}{x} \ldots \neq \cdots \frac{x}{\sqrt{x}}$;

3. $\frac{\sqrt{x}}{x} \ldots = \cdots \frac{1}{\sqrt{x}}.$

4. Puissances et racines carrées

Exercice de fixation

1) $\sqrt{7^3} = \cdots 7\sqrt{7} \ldots$; $\sqrt{10^6} = \cdots 10^3 \ldots$; $\sqrt{15^7} = \cdots 15^3\sqrt{15} \ldots$;
$\sqrt{10^9} = \cdots 10^3\sqrt{10^3} \ldots$; $\sqrt{3^{24}} = \cdots 3^{12} \ldots$; $\sqrt{10^{2015}} = \cdots 10^{1007}\sqrt{10}.$

III. ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS

Présentation

Exercice de fixation

1)

	$-\sqrt{2}$	-10^4	15,02	$\frac{-7}{3}$	103	$\frac{\pi}{2}$
❼					X	
✙					X	
✄		X	X		X	
✱		X	X	X	X	
✓	X	X	X	X	X	X

IV. VALEUR ABSOLUE

Définition

Notation

Propriété

Exercices de fixation

1) $L1 \rightarrow \square$

$L2 \rightarrow \square$

$L3 \rightarrow \square$

$L4 \rightarrow \square.$

2) $\left|\frac{-3}{8}\right| = \cdots \frac{3}{8} \ldots$; $|\sqrt{6}| = \cdots \sqrt{16} \ldots$; $|-2\sqrt{5}| = \cdots 2\sqrt{5} \ldots$;
$|\pi - 3| = \cdots \pi - 3 \ldots$; $|\pi - 4| = \cdots 4 - \pi \ldots.$

V. CALCUL AVEC LES RADICAUX

1. Développement

Exercice de fixation

1) $A = 5 + 2\sqrt{6}.$

$B = 79 - 24\sqrt{7}.$

$C = 4.$

$D = 5.$

$E = 44 + 10\sqrt{19}.$

2) $\sqrt{5}(3-2\sqrt{5}) = 3\sqrt{5} - 10.$
$7\sqrt{3}(4+2\sqrt{15}) = 28\sqrt{3} + 42\sqrt{5}$
$(4\sqrt{5}+3)(1-2\sqrt{5}) = 4\sqrt{5} - 40 + 3 - 6\sqrt{5}$
$= -2\sqrt{5} - 37.$
$(3\sqrt{5}-2)(5-2\sqrt{5}) = -40 + 19\sqrt{5}.$
$(4\sqrt{5}+3)(1+2\sqrt{5}) = 41 + 6\sqrt{5}.$

2. Factorisation

Exercice de fixation

1) $A = (x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5}).$
$B = (\sqrt{7} - x\sqrt{5})(\sqrt{7} + x\sqrt{5}).$
$C = \left(x\sqrt{3} - \frac{2}{3}\right)\left(x\sqrt{3} + \frac{2}{3}\right).$

2) $A = (3x - 2\sqrt{2})^2.$
$B = (x+\sqrt{3})^2.$

3. Écrire sans radical au dénominateur

Exercice de fixation

1) $\frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}.$
$\frac{3}{5-\sqrt{2}} = \frac{3(5+\sqrt{2})}{23}.$
$\frac{-10}{\sqrt{5}-\sqrt{7}} = \frac{-10(\sqrt{5}+\sqrt{7})}{-2}$
$= 5(\sqrt{5}+\sqrt{7}).$
$\frac{4}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \frac{4(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{3}.$
$\frac{1}{2\sqrt{3}-4} = \frac{2\sqrt{3}+4}{12-16} = -\frac{\sqrt{3}+2}{2}.$
$\frac{\sqrt{5}}{-\sqrt{2}-1} = \frac{-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+1} = \frac{-\sqrt{5}(\sqrt{2}-1)}{1}$
$= -\sqrt{5}(\sqrt{2}-1).$

EXERCICES DE RENFORCEMENT / APPROFONDISSEMENT

1) $L1 \rightarrow \boxed{Faux}$
$L2 \rightarrow \boxed{Vrai}$
$L3 \rightarrow \boxed{Faux}$
$L4 \rightarrow \boxed{Vrai}$
$L5 \rightarrow \boxed{Faux}$
$L6 \rightarrow \boxed{Vrai}.$

2) $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}.$
$\sqrt{147} = 7\sqrt{3}.$
$\sqrt{243} = 9\sqrt{3}.$
$\sqrt{363} = 11\sqrt{3}.$

3) $A = 15\sqrt{2}$

$B = -8\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{6}$

$= -\frac{49}{6}\sqrt{5}.$

$C = \frac{3}{20}\sqrt{3}.$

4) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$; $\frac{-2}{\sqrt{7}} = \frac{-2\sqrt{7}}{7}$; $\frac{-6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{-6\sqrt{6}}{3} = -2\sqrt{6}$; $\frac{1}{2\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{26}$;
$\frac{4}{\sqrt{6}} = -\frac{2}{3}\sqrt{6}.$

5) $15\sqrt{6} - 8\sqrt{24} - \sqrt{150} = -6\sqrt{6}.$

$\sqrt{2\times 75} + \sqrt{600} - 13\sqrt{6} = 2\sqrt{6}.$

$5\sqrt{54} - 3\sqrt{48} + 2\sqrt{12}\times\sqrt{32} = -12\sqrt{3} + 31\sqrt{6}.$

$\sqrt{6^5} - \sqrt{215} = 30\sqrt{6}.$

6) $\sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{\frac{64}{3}} + \sqrt{\frac{49}{3}} = \frac{17}{\sqrt{3}}.$

$\sqrt{\frac{3}{5}}\times\sqrt{\frac{6}{45}} = \frac{\sqrt{2}}{5}.$

$\frac{-2(1-\sqrt{3})}{1+\sqrt{3}} = 4 - 2\sqrt{3}.$

$\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = -5\sqrt{2} + 3\sqrt{3}.$

7) $H = x^2 + 2\sqrt{3}x + 3$

$K = 4x^2 - 12\sqrt{5}x + 45$

$J = 7x^2 - 2x\sqrt{14} + 2$

$L = 36 + 12x\sqrt{3} + 3x^2$

$R = 11x^2 - 8$

$T = 5x^2 - 9.$

8) $A = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})$

$B = (x\sqrt{3} + 5)(x\sqrt{3} - 5)$

$C = (2\sqrt{2} - x\sqrt{5})(2\sqrt{2} + x\sqrt{5}).$

$D = \left(x\sqrt{2} - \frac{2}{3}\right)\left(x\sqrt{2} + \frac{2}{3}\right)$

$E = x(x - 6).$

$F = (\sqrt{7} - x - 2)(\sqrt{7} + x + 2)$

$G = (x - \sqrt{3})^2$

$H = (3x + 2\sqrt{2})^2.$

9) 1. $(2 - \sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3}$

2. $x^2 - (7 - 4\sqrt{3}) = x^2 - (2 - \sqrt{3})^2$

$= (x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3}).$

10) $XY = 1.$

11) $A + B = 0.$

12) 1. $2013\times\times 2014+2014 = 2014(2013+1)$

$$\begin{aligned} &= 2014\times 2014\\ &= 2014^2. \end{aligned}$$

2. $F=\sqrt{56-\sqrt{56-7}}$

$$\begin{aligned} &=\sqrt{56-\sqrt{49}}\\ &=\sqrt{56-7}\\ &=\sqrt{49}\\ &=7. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= \sqrt{72+\sqrt{72+\sqrt{72+\sqrt{81}}}}\\ &=\sqrt{72+\sqrt{72+\sqrt{72+9}}}\\ &=\sqrt{72+\sqrt{72+\sqrt{81}}}\\ &=\sqrt{72+\sqrt{72+9}}\\ &=\sqrt{72+\sqrt{81}}\\ &=\sqrt{72+9}\\ &=\sqrt{81}\\ &=9. \end{aligned}$$

13) $$\begin{aligned} \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a\sqrt{6}-b\sqrt{a}} &= \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(a\sqrt{b}+b\sqrt{a})}{a^2b-b^2a}\\ &=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(a\sqrt{b}+b\sqrt{a})}{ab(a-b)}\\ &=\frac{a\sqrt{ab}+ba-ab-b\sqrt{ab}}{ab(a-b)}\\ &=\frac{\sqrt{ab}(a-b)}{ab(a-b)}\\ &=\frac{\sqrt{ab}}{ab}. \end{aligned}$$

SITUATIONS D'ÉVALUATION

1) 1. $AB^2 = BC^2 + AC^2$

$= 18^2 + 15^2$

$AB = 549$

$AB = 3\sqrt{61}.$

2. L'aire $= \pi\left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

$= \pi\left[9^2 + \left(\frac{9}{2}\sqrt{61}\right)^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2\right]$

$= \pi\times\frac{549}{2}$

$= \frac{3\sqrt{61}}{\sqrt{2}}\pi$

$= \frac{3\pi\sqrt{122}}{2}.$

2) 1. $L\times\ell = 2400$

$L\times\frac{2}{3}L = 2400$

$L^2 = 36000$

$L = \sqrt{36000}$

$L = 60.$

2. L'allée $= 2400 - 2\left(40\times\left(60 - \sqrt{2}\right)\right)$

$= 2400 - 40\left(60 - \sqrt{2}\right)$

$= 56{,}56.$

<u>Autre Méthode</u> :

L'allée $\ell = \frac{2}{3}L$

$\ell = \frac{2}{3}\times 60$

$\ell = 40.$

L'aire de l'allée est : $40\times\sqrt{2} = 56{,}56.$

4 TRIANGLE RECTANGLE

Résumé de cours et exercices de fixation

I- Propriété de Pythagore

1. Propriété de Pythagore

Exercice 1

EKL est un triangle. Si EKL est rectangle en K, alors $EL^2 = EK^2 + KL^2$

Exercice 2

On ne peut pas appliquer la propriété de Pythagore dans les triangles IJK et ABC car ils ne sont pas des triangles rectangles.
On peut appliquer la propriété de Pythagore dans le triangle OPQ car c'est un triangle rectangle.

Exercice 3

KLM est un triangle rectangle en M, donc $ML^2 + MK^2 = LK^2$.

Exercice 4

Triangle rectangle	Égalité
ABC est un triangle rectangle en B	$AB^2 + AC^2 = BC^2$
AED est un triangle rectangle en E	$AE^2 + ED^2 = AD^2$
ECD est un triangle rectangle en C	$CD^2 + CE^2 = DE^2$
BEC est un triangle rectangle en B	$BC^2 + BE^2 = CE^2$
ACE est un triangle rectangle en C	$CA^2 + CE^2 = AE^2$

Exercice 5

CAR est un triangle rectangle en R, donc d'après la propriété de Pythagore,$RA^2 + RC^2 = AC^2$.

$RA^2 + RC^2 = AC^2$

$RA^2 + 48^2 = 52^2$

$RA^2 = 52^2 - 48^2$

$RA^2 = 400$

$RA = \sqrt{400}$

RA = 20 mm

Exercice ~~5~~ 6

AMI est un triangle rectangle en M,donc d'après la propriété de Pythagore, $AI^2 = MA^2 + MI^2$.

$AI^2 = MA^2 + MI^2$

$AI^2 = 16^2 + 12^2$

$AI^2 = 400$

AI = 20 cm

2. Propriété réciproque de la propriété de Pythagore

Exercice 1

1-b ; 2-a ; 3-c

Exercice 2

Triangle 1	$5^2 = 3^2 + 4^2$	Le triangle est rectangle
Triangle 2	$10^2 \neq 5^2 + 6^2$	Le triangle n'est pas rectangle
Triangle 3	$5{,}8^2 \neq 3{,}2^2 + 2{,}5^2$	Le triangle n'est pas rectangle
Triangle 4	$(2\sqrt{5})^2 = 2^2 + 4^2$	Le triangle est rectangle
Triangle 5	$1^2 = 0{,}8^2 + 0{,}6^2$	Le triangle est rectangle
Triangle 6	$11^2 \neq 7^2 + 9^2$	Le triangle n'est pas rectangle

Exercice 3

$CA^2 = 70{,}56$; $RA^2 = 39{,}69$ et $CR^2 = 110{,}25$.
On a $70{,}56 + 39{,}69 = 110{,}25$, c.-à-d. $CA^2 + RA^2 = CR^2$. Donc d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, CAR est un triangle rectangle en A.

3. Construction d'un segment de longueur $\sqrt{a}$, $a > 0$

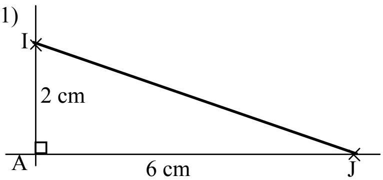
Dans le cours, modifier le 2ème cas comme suit :

2ème cas : On peut trouver deux nombres b et c tels que $a = b^2 - c^2$.
Dans ce cas :
- tracer un segment [AC] de longueur b;
- tracer un demi-cercle de diamètre [AC] ;
- placer, avec le compas, le point B sur le demi-cercle tel que CB = c ;
- tracer le segment [AB].

Le segment cherché est le segment [AC].

Exercice 1

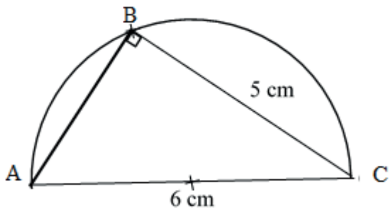
1)



2) Programme de construction :
- je trace deux droites perpendiculaires et je note A leur point d'intersection;
- je place sur l'une un point I tel que AI = 2 cm et sur l'autre un point J tel que AJ = 6 cm.
- je trace le segment [IJ].

Exercice 2

1)



2) Programme de construction :
- je trace un segment[AC] de longueur 6 cm;
- je trace un demi-cercle de diamètre [AC] ;
- je place, avec le compas, le point B sur le demi-cercle tel que CB = 5 cm ;
- je trace le segment [AB].

4. Propriété métrique déduite de l'aire

Exercice 1

Entourer l'égalité du 2)

Exercice 2

ONQ est un triangle rectangle en O et R est le pied de la hauteur issue de O.
D'après la propriété déduite de l'aire, ON×OQ = OR×NQ.
3×4 = OR×5
OR = $\frac{12}{5}$
OR = 2,4

II- Cosinus et Sinus d'un angle aigu

1. Définitions

Exercice 1

1) [BC] ; 2) [AB] ; 3) [AC] ; 4) [EF].

Exercice 2

1-b ; 2-c ; 3-d ; 4-a

Exercice 3

1. $\cos\widehat{JIK} = \frac{IK}{IJ}$, $\cos\widehat{IJK} = \frac{JK}{IJ}$;
2. $\sin\widehat{JKL} = \frac{JL}{Jk}$, $\cos\widehat{IJK} = \frac{JL}{JK}$;
3. $\sin\widehat{IKL} = \frac{IL}{IK}$, $\cos\widehat{LIK} = \frac{IL}{IK}$

Exercice 4

L'égalité avec le cos est obtenue avec le triangle 1 et l'égalité avec le sin est obtenue avec le triangle 2

Exercice 5

$\cos\widehat{MNP} = \frac{MN}{PN} = \frac{9}{15} = 0{,}6$; $\sin\widehat{MNP} = \frac{MP}{PN} = \frac{12}{15} = 0{,}8$;
$\cos\widehat{NPM} = \frac{MP}{PN} = \frac{12}{15} = 0{,}8$; $\sin\widehat{NPM} = \frac{MN}{PN} = \frac{9}{15} = 0{,}6$.

Utilisation de la calculatrice ou de la table trigonométrique

Exercice 1

Mesure de l'angle	15°	30°	45°	20°	85°	60°
cosinus	0,97	0,87	0,71	0,94	0,09	0,50
sinus	0,26	0,50	0,71	0,34	0,99	0,87

Exercice 2

sinus	0,293	0,707	0,309
Mesure de l'angle en degré	17	45	18

cosinus	0,809	0,974	0,906
Mesure de l'angle en degré	36	13	25

Exercice 10

0,891 < 0,897 < 0,899
cos27°< cos$\widehat{A}$< cos26°
26°< mes$\widehat{A}$< 27°

0,891 < 0,897 < 0,899
sin13°< sin$\widehat{B}$< sin14°
13°< mes$\widehat{B}$< 14°

2. Somme des carrés du cosinus et du sinus

Exercice 1

Entourer b.

Exercice 2

1-F ; 2-V ; 3-V ; 4-V ; 5-F ; 6-F

Exercice 3

1) $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} = \frac{7}{6}$. Or $\frac{7}{6} \neq 1$, donc il n'est possible de trouver un tel angleα.
2) $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{1}{5} + \frac{5}{5} = 1$. Donc il n'est possible de trouver un tel angle α.

Exercice 4

On trouve : $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$

Exercice 5

On trouve : $\cos\alpha = \frac{1}{3}$

3. Cosinus et sinus de deux angles complémentaires

Exercice 1

De haut en bas, on a : faux – faux – vrai – vrai – vrai - faux

Exercice 2

Complète le tableau suivant en utilisant le cosinus et le sinus d'angles complémentaires.

$a°$	10	25	38	52	65	80
cos $a°$	**0,985**	0,906	**0,788**	**0,616**	0,423	**0,174**
sin $a°$	0,174	**0,423**	0,616	0,788	**0,906**	0,985

III- Tangente d'un angle aigu

1. Définition

Exercice 1
Entourer la réponse c

Exercice 2
Les deux égalités s'obtiennent avec la figure 1

Exercice 3

$\tan\widehat{MNP} = \frac{MN}{PN} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$; $\tan\widehat{NPM} = \frac{MN}{MP} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

Exercice 4

Mesure de l'angle	15°	30°	45°	20°	85°	60°
Tangente	0,27	0,58	1	0,36	11,43	1,73

Exercice 5

tangente	3,27	0,965	0,781
Mesure de l'angle en degré	73	44	38

2. Propriété

Exercice 1

a) $\tan\alpha = \frac{0}{1} = 0$; b) $\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3}$; c) $\tan\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 1$; d) $\tan\alpha = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Exercice 2
$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
$\sin\alpha = \tan\alpha \times \cos\alpha = 1{,}732 \times 0{,}5 \approx 0{,}866$

Exercices de renforcement / approfondissement

Exercice 1

1) $ML^2 + LN^2 = 23{,}04 + 40{,}96 = 64$ et $MN^2 = 64$. On a $ML^2 + LN^2 = MN^2$. Donc d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle LMN est rectangle en L.
2) LMN est rectangle en L, donc (ML)//(RS).
3) Dans le triangle LMN, (ML)//(RS), R∈ (LN) et S∈(MN). Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, $\frac{NR}{NL} = \frac{NS}{NM} = \frac{RS}{LM}$

$$\frac{NR}{6{,}4} = \frac{2}{8} = \frac{RS}{4{,}8}$$

RS = $\frac{4{,}8 \times 2}{8} = 1{,}2$

Exercice 2

1) Dans le triangle CIF rectangle en I, $\sin\widehat{FCI} = \frac{FI}{FC}$. Donc IF = FC×sin$\widehat{FCI}$ = 4×sin40≈ 2,57
2) Dans le triangle CHA rectangle en H, $\sin\widehat{ACH} = \frac{AH}{CH}$.
   Donc AH = FC×sin$\widehat{ACH}$ = 6×sin40≈ 3,86
3) Dans le triangle FHA rectangle en H, on a $FA^2 = FH^2 + HA^2 = 2^2 + 3{,}86^2 = 59{,}5984$
   Donc FA = 7 ,72.
   Les longueurs des poutres sont : IF = GJ = 2,57 m et FA = AG = 7,72 m

Exercice 3

1) $\tan\widehat{CAP} = \frac{PC}{AP} = \frac{2000}{160} = 12{,}5$. Donc mes$\widehat{CAP}$ ≈85°.
   Par suite, mes$\widehat{CAB}$ = 90° – mes$\widehat{CAP}$ = 15°.
2) Calculons BC
   $\tan\widehat{CAB} = \frac{BC}{AB}$, donc BC = AB×tan$\widehat{CAB}$ = 20×tan15° = 5,36 m
   Calculons BD
   $\tan\widehat{BAD} = \frac{BD}{AB}$, donc BD = AB×tan$\widehat{BAD}$ = 20×tan(37° – 15°) = 8,1 m
3) Calculons CD
   CD = CB + BD = 13,46 m.

Exercice 4

$\tan\widehat{BAD} = \frac{5{,}8}{3} = 1{,}93$; donc mes$\widehat{BAD}$ = 62,7°. Par conséquent mes$\widehat{BAC}$ = 62,7° – 24° = 38,7°.
$\tan\widehat{BAC} = \frac{BC}{AB}$; donc BC = AB×tan$\widehat{BAC}$ = 3×tan38,7° = 2,4.
La taille du girafon est : 5,8 – 2,4 = 3,4 m.

Exercice 5

1) Dans le triangle ATO rectangle en T, $\tan\widehat{TAO} = \frac{OT}{AT}$. Donc OT = AT×tan$\widehat{TAO}$ = 9×tan29
   Le rayon du cercle est OT = 4,989
2) AB = AT – BT. Déterminons BT.
   On a $\tan\widehat{OBT} = \frac{OT}{BT}$; donc $BT = \frac{OT}{\tan\widehat{OBT}} = \frac{4{,}989}{\tan 30°} = 8{,}641$
   AB = 9 – 8,641 = 0,359

Exercice 6

1) On a successivement : $\tan\widehat{SAH} = \frac{SH}{AH}$; $\tan 45° = \frac{x}{AH}$; $1 = \frac{x}{AH}$; AH = x.
2) $\tan 25° = \frac{SH}{BH} = \frac{x}{40+x}$, donc $(40 + x)\tan 25° = x$. Par suite $x = \frac{40\tan 25°}{1-\tan 25°} \approx 34{,}9$.
   SH = 35 m

Exercice 7

1) On a successivement : $\cos\widehat{CBD} = \frac{BC}{BD}$; $\cos 60° = \frac{BC}{4}$; BC = 4×cos60° = 2. BC = 2 cm.
2) On a successivement : $\sin\widehat{CBD} = \frac{CD}{BD}$; $\sin 60° = \frac{CD}{4}$; $CD = 4\times\sin 60° = 2\sqrt{3} \approx 3{,}5$
3) BAD est un triangle rectangle en B. D'après la propriété de Pythagore,
   $AD^2 = AB^2 + BD^2 = 36 + 16 = 52$. Donc $AD = \sqrt{52} \approx 7{,}2$.
4) a) $\tan\widehat{BAD} = \frac{BD}{BA} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
   b) $\tan\widehat{BAD} = \frac{2}{3}$, donc mes$\widehat{BAD} \approx 34°$

Exercice 8

1) $\sin\widehat{IGH} = \frac{IH}{IG} = \frac{3}{6} = 0,5$. Donc mes$\widehat{IGH}$ = 30°.
2) Les angles $\widehat{IGH}$ et $\widehat{EGF}$ sont opposés par le sommet. Or si deux angles sont opposés par le sommet, alors ils ont la même mesure. Donc mes$\widehat{EGF}$ = 30°
3) $\tan\widehat{EGF} = \frac{EF}{EG}$, donc EF = EG×tan$\widehat{EGF}$ = 3×tan30° = $\sqrt{3} \approx 1,7$.
   $\cos\widehat{EGF} = \frac{EF}{FG}$, donc FG = $\frac{EF}{\cos\widehat{EGF}} = \frac{3}{\cos 30°} = 2\sqrt{3} \approx 3,5$

Exercice 9

1) $\sin\widehat{APM} = \frac{AM}{PM}$, donc PM = $\frac{AM}{\sin\widehat{APM}} = \frac{4,6}{\sin 47°}$. D'où PM≈ 6,290
2) $\cos\widehat{PMO} = \frac{OM}{MP}$, donc OM = MP×cos$\widehat{PMO}$ = 6,290×cos23°. D'où OM≈5,790

Exercice 10

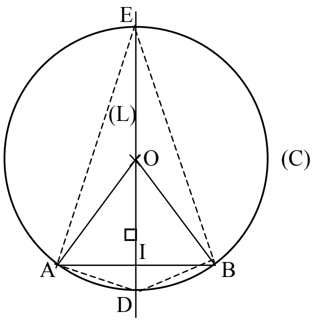
Dans la figure, il faut bien faire ressortir A, B, C, x, h, 13 ; 14 et 15 car ils sont illisibles.

1) Justifions que $x = 5$
   $AH^2 + HC^2 = AC^2$, soit $h^2 + (14 - x)^2 = 15^2$, ou encore $h^2 + 196 - 28x + x^2 = 225$ (1)
   $BH^2 + HC^2 = BC^2$, soit $h^2 + x^2 = 13^2$, ou encore $h^2 + x^2 = 169$ (2)
   En remplaçant $h^2 + x^2 = 169$ dans (1), on a $169 + 196 - 28x = 225$.
   $169 + 196 - 28x = 225$
   $-28x = -140$
   $x = 5$

   Justifions que $h = 12$
   On a : $h^2 + x^2 = 169$ (2)
   $h^2 + 25 = 169$
   $h^2 = 144$
   $h = 12$
2) $\cos\widehat{ACB} = \frac{CA}{CB} = \frac{14}{15}$; donc mes$\widehat{ACB}$ = 21°
   $\cos\widehat{ABC} = \frac{BH}{BA} = \frac{5}{13}$; donc mes$\widehat{ABC}$ = 67°
   mes$\widehat{BAC}$ = 180° – (mes $\widehat{ACB}$ + mes$\widehat{ABC}$) = 180 – (21 + 67) = 92°

Exercice 11

1.a) La figure est faite à l'échelle $\frac{1}{2}$



1.b) Voir figure
1.c) Voir figure

2) Calcul de IO

BOA est un triangle isocèle en O et (OI)⊥(AB). Donc (OI) est la médiatrice de [AB]. Par conséquent AI = IB = 3.

Le triangle AIO est rectangle en I. D'après la propriété de Pythagore,

$AI^2 + IO^2 = AO^2$

$IO^2 = AO^2 - AI^2$

$IO^2 = 25 - 9$

$IO^2 = 16$

$IO = 4$

Calcul de ID

$ID = OD - OI = 5 - 4 = 1$

Calcul de IE

$IE = IO + OD = 4 + 5 = 9$

3) Déterminons mes$\widehat{AOB}$.

(OI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$, donc mes$\widehat{AOB}$ = 2mes$\widehat{AOI}$.

On a $\tan\widehat{AOI} = \frac{AI}{OI} = \frac{3}{4} = 0{,}75$; donc mes$\widehat{AOI}$ = 26,86°.

Par conséquent, mes$\widehat{AOB}$ = 73,72°

Déterminons mes$\widehat{AEB}$.

$\widehat{AEB}$ est un angle inscrit dans (C) et $\widehat{AOB}$ est l'angle au centre qui lui est associé.

Donc mes $\widehat{AEB} = \frac{1}{2}mes\widehat{AOB}$ = 26,86°

Déterminons mes$\widehat{AOB}$.

$\tan\widehat{BDI} = \frac{IB}{ID} = \frac{3}{1} = 3$; donc mes$\widehat{BDI}$ =71,57°

Comme (OI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BDA}$, on a mes$\widehat{BDA}$ = 2mes$\widehat{IDB}$ = 143,14°

Situation d'évaluation

Exercice 1

1) BAC est un triangle rectangle en B. D'après la propriété de Pythagore,

   $AB^2 + BC^2 = AC^2$

   $BC^2 = AC^2 - AB^2$

   $BC^2 = 3{,}20^2 - 3{,}05^2$

   $BC^2 = 0{,}9375$

   $BC = \sqrt{0{,}9375}$

   $BC \approx 0{,}97$ m

2) $\sin\widehat{ACB} = \frac{3{,}05}{3{,}20} = 0{,}953$. Donc mes$\widehat{ACB} \approx 72°$.

   L'angle formé par l'échelle et le sol est 72°.

   60° < 72° < 75°, donc le dispositif est adapté.

Exercice 2

1)
   - $AC^2 = BA^2 + BC^2 = 20^2 + 1{,}6^2 =$, donc AC =.20,06
   - $\sin\widehat{CAB} = \frac{BC}{AC} = \frac{1{,}6}{20{,}06} = 0{,}08$

   À l'aide de la table trigonométrique, on a: mes $\widehat{CAB}$ = 5°

2) mes $\widehat{DAB}$ = 32° ; tan $\widehat{DAB} = \frac{BD}{AB}$; BD = AB×tan $\widehat{DAB}$ = 20×0,6 = 12,49

CD = 12,49+1,6 = 14,09

Même si on ne trouve pas exactement 13, on peut dire que Kouadio n'est pas loin de la réalité.

5 CALCUL NUMÉRIQUE

RESUMES DE COURS – EXERCICE DE FIXATION

Intervalle

EXERCICES DE FIXATION

Exercice 1

1. C ;   2.A ;   3.B

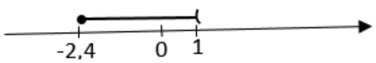
Exercice 4

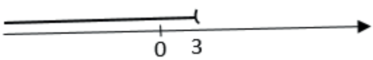
Les écritures qui désignent un intervalle de ℝ sont : $]2;5];[-3;2];[0;16[;]\leftarrow;4[;[2,14;\rightarrow[$

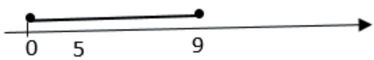
Exercice 3

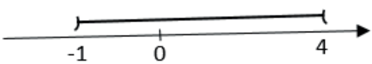
Intervalles	$]4;10[$	$[-1,3;6[$	$]-7;0]$	$[-9;-3]$
Centre	$\frac{4+10}{2}=7$	$\frac{-1,3+6}{2}=2,35$	$\frac{-7+0}{2}=-3,5$	$\frac{-9-3}{2}=-6$
Amplitude	10 - 4= 6	6 – (-1,3)= 7,3	0- (-7) = 7	-3 – (- 9) =6

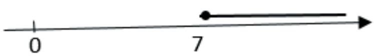
Exercice 4

a)


b)


c)


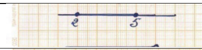
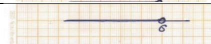
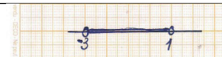
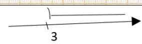
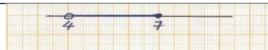
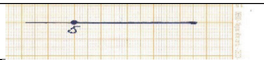
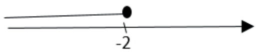
d)


e)


Exercice 5

Intervalles	$]1;3[$	$[-1;0[$	$[-6,2;-5]$
Exemple de nombres de l'intervalle	1,001 ; 1,2 ; 1,5 ; 2,857 ; 2,99999	-1 ; -0,757 ; -0,5 ; -0,2 75; -0,0001	-6,2 ; -6 ; -5,4 ; -5,3 ; -5,8

Exercice 8

Ecriture	**Lecture**	**Ensemble des nombres x tels que**	**Représentation sur une droite graduée**
$[2;5]$	Intervalle fermé 2 ; 5	$2 \leq x \leq 5$	
$]\leftarrow;6[$	Intervalle des nombres plus petits que 6	$x < 6$	
$]-3;1[$	Intervalle ouvert 3 ; 1	$-3 < x \leq 1$	
$]-3;\rightarrow[$	Intervalle des nombres plus grands que -3	$x > -3$	
$]4;7]$	Intervalle 4 ; 7, ouvert en 4, fermé en 7	$4 < x \leq 7$	
$[5;\rightarrow[$	Intervalle des nombres plus grands ou égaux à 5	$x \geq 5$	
$]\leftarrow;-2[$	Intervalle des nombres plus petits ou égaux à -2	$x \leq -2$	

Exercice 7

$x \in [5;\rightarrow[; x \in [-1;31]; x \in]\leftarrow;-4,2[; x \in]8;15]; x \in]-2;2[$

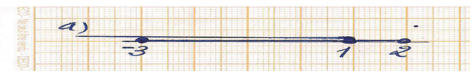
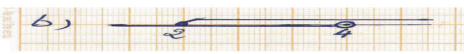
Exercice 8

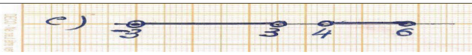
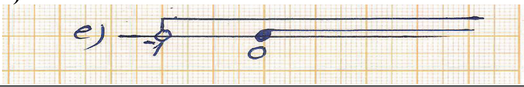
1) $1 \leq x \leq 9$ **; 2)** $y \leq 3,5$ **; 3)** $-5 < z < -1$ **; 4)** $t > 10$

Intersection et réunion d'intervalles

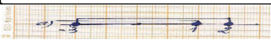
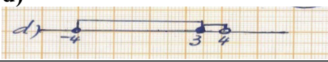
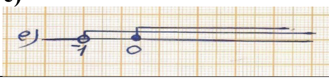
Exercices de fixation

Exercice 1

Représentation des intervalles	**Intersection des intervalles**
a) 	$I \cap J = [-3;1]$
 **b)**	$I \cap J = [2;4[$

c) 	$I \cap J = \varnothing$
d) 	$I \cap J = \{3\}$
e) 	$I \cap J = [0;\rightarrow[$

<u>Exercice 2</u>

Représentation des intervalles	Réunion des intervalles
a) 	$I \cup J =]\leftarrow;2]$
b) 	$I \cup J =$ ˜
c) 	$I \cup J =]-3;3[\cup]4;6[$
d) 	$I \cup J = [-4;4[$
e) 	$I \cup J =]-1;\rightarrow[$

3- Inégalités et opérations

3. 1. Inégalité et addition

Exercice 1

V

F

<u>Exercice 2</u>

1) On sait que $5 > 2$, en ajoutant $\sqrt{3}$ à chacun de ses membres, on obtient $5+\sqrt{3} > 2+\sqrt{3}$ Donc : $A > B$
2) On sait que $-5 < -3$, en ajoutant $\sqrt{2}$ à chacun de ses membres, on obtient $-5+\sqrt{2} < -3+\sqrt{2}$. Donc : $A < B$
3) On sait que $-3 < -2$, en ajoutant $\sqrt{7}$ à chacun de ses membres, on obtient $-3+\sqrt{7} < -2+\sqrt{7}$. Donc : $A < B$.

3.2 Inégalité et multiplication

Exercices de fixation

Exercice 1

<u>Si x, y, z et t sont positifs alors</u> : $xy \leq 3{,}9$ et $zt < 24$.

<u>Attention</u> : si l'un des nombres est négatif il est difficile d'envisager des inégalités.

Exercice 2

L et *l* sont positifs donc $L \times l < 170{,}1$

4. Comparaison de deux nombres réels.

4.1 Comparaison de deux nombres négatifs et de leurs carrés

Exercices de fixation

Exercice 1
F
V
V

Exercice 2

a) $-3\sqrt{7} > -7\sqrt{3}$; b) $-8 < -2\sqrt{2}$

Exercice 3

$-5\sqrt{6} < -12 < -6\sqrt{3} < -2\sqrt{2}$

4.2 Comparaison de deux nombres positifs et de leurs carrés

Exercices de fixation

Exercice 1
V
V
F

Exercice 2

a) $6\sqrt{5} > 7\sqrt{3}$; b) $8 > 5\sqrt{2}$

Exercice 3

$6\sqrt{3} < 12 < 5\sqrt{6} < 6\sqrt{5}$

4.3 Comparaison de deux nombres positifs et de leurs racines carrées

Exercice 1

a) $\sqrt{2019} < \sqrt{2020}$; b) a) $10 < \sqrt{121}$

Exercice 2

$8\sqrt{3} > 5\sqrt{7} > 11 > 5 > 2\sqrt{2}$

4.4 Comparaison de deux nombres positifs et de leurs racines carrées

Exercices de fixation
Exercice 1

a) On sait que $3 > 2$, donc $\sqrt{3} > \sqrt{2}$. Ainsi : $\frac{1}{\sqrt{3}} < \frac{1}{\sqrt{2}}$

b) On sait que $5 < 7$, donc $\sqrt{5} < \sqrt{7}$ et $2\sqrt{5} < 2\sqrt{7}$. Ainsi : $\frac{1}{2\sqrt{5}} > \frac{1}{2\sqrt{7}}$

Exercice 2

a) On sait que $3 > 2$, donc : $\sqrt{3} > \sqrt{2}$ et $\sqrt{3} - 1 > \sqrt{2} - 1 > 0$. Ainsi : $\frac{1}{\sqrt{3}-1} < \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

b) On sait que $2 < 3$, donc : $0 < 2+\sqrt{5} < 3+\sqrt{5}$ et . Ainsi : $\frac{1}{2+\sqrt{5}} > \frac{1}{3+\sqrt{5}}$ et $\frac{2}{2+\sqrt{5}} > \frac{2}{3+\sqrt{5}}$

Exercice 3

a) $\frac{1}{-\sqrt{7}-3} > \frac{1}{-2-\sqrt{7}}$; b) $\frac{1}{-5+\sqrt{2}} > \frac{1}{-3+\sqrt{2}}$

5. Calculs approchés

5.1 Définition

Exercice 1

- On sait que $16 < 17 < 25$, donc $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$, d'où : $4 < \sqrt{17} < 5$
- On sait que $4 < \pi < 9$, donc $\sqrt{4} < \sqrt{\pi} < \sqrt{9}$, d'où : $2 < \sqrt{\pi} < 3$
- On sait que $44^2 < 2014 < 45^2$, donc $\sqrt{44^2} < \sqrt{2014} < \sqrt{45^2}$, d'où :
  $44 < \sqrt{2014} < 45$, ainsi : $-45 < -\sqrt{2014} < -44$

Exercice 2

- On a : $\sqrt{29} = 5{,}38...$, donc : $5{,}3 < \sqrt{29} < 5{,}4$
- On a : $\sqrt{71} = 8{,}42...$, donc : $8{,}4 < \sqrt{71} < 8{,}5$

5.2 Encadrement

Encadrement d'une somme et d'une différence

Exercice de fixation

Exercice 1

- Encadrement de $\sqrt{2}+\pi$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 1 : par addition membre à membre, on obtient : $1,41+3,14<\sqrt{2}+\pi<1,42+3,15$, soit $4,55<\sqrt{2}+\pi<4,57$.
  Donc à l'ordre 1 par deux décimaux consécutifs, on a : $4,5<\sqrt{2}+\pi<4,6$**.**
- Encadrement de $\sqrt{2}-\pi$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 1. On a : $\sqrt{2}-\pi=\sqrt{2}+(-\pi)$ et $-3,15<-\pi<-3,14$. Par addition membre à membre, on obtient : $1,41-3,15<\sqrt{2}-\pi<1,42-3,14$, soit $-1,74<\sqrt{2}-\pi<-1,72$.
  Donc à l'ordre 1 par deux décimaux consécutifs, on a : $-1,8<\sqrt{2}-\pi<-1,7$**.**

Exercice 2

- Par addition membre à membre, on a : $5,6+2<x+y<5,7+3$, soit $7,6<x+y<8,7$.
- On a : $x-y=x+(-y)$ et $-3<-y<-2$. Par addition membre à membre, on a : $5,6+(-3)<\text{x}-\text{y}<5,7+(-2)$, soit $2,6<x-y<3,7$.

Encadrement d'un produit et d'un quotient

Exercices de fixation

Exercice 1

Encadrement de $\sqrt{2}\pi$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 1 : par multiplication membre à membre, on obtient : $1,41\times3,14<\sqrt{2}\pi<1,41\times3,15$, soit $4,4274<\sqrt{2}\pi<4,473$.

Donc à l'ordre 1 par deux décimaux consécutifs, on a : $4,4<\sqrt{2}\pi<4,5$**.**

Exercice 2

- Par multiplication membre à membre, on obtient : $5,6\times2<xy<5,7\times3$, soit $5,6\times2<xy<5,7\times3$, soit $11,2<xy<17,1$
- $6-5<2x-5<12-5$ On a : $xy=x\times\frac{1}{y}$ et $\frac{1}{3}<\frac{1}{y}<\frac{1}{2}$. Par multiplication membre à membre, on a : $5,6\times\frac{1}{3}<\frac{x}{y}<5,7\times\frac{1}{2}$, soit $1,86<\frac{x}{y}<2,85$.

Exercice 22

- Encadrement de $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 1. On a : $\frac{\pi}{\sqrt{2}}=\pi\times\frac{1}{\sqrt{}}$ et.
  $\frac{1}{1{,}42}<\frac{1}{\sqrt{2}}<\frac{1}{1{,}41}$, Par multiplication membre à membre, on obtient $\frac{3{,}14}{1{,}42}<\frac{1}{\sqrt{2}}<\frac{3{,}15}{1{,}41}$, soit
  $2{,}21.<\frac{\pi}{\sqrt{2}}<2{,}23$
  Donc à l'ordre 1 par deux décimaux consécutifs, on a : $2{,}2.<\frac{\pi}{\sqrt{2}}<2{,}3$

5. 3 Arrondi d'un nombre réel
Exercice de fixation
Exercice

1. L'arrondi d'ordre 3 de $\sqrt{7}$ est 2,646
2. L'arrondi d'ordre 3 de $\sqrt{41}$ est 6,403

EXERCICES DE RENFORCEMENT OU D'APPROFONDISSEMENT

Exercice 1

a) $3+3{,}8<x+3{,}8<6+3{,}8$ $6{,}8<x+3{,}8<9{,}8$	b) $2\times3<2x<2\times6$ $6<2x<12$ $6-5<2x-5<12-5$ $1<2x-5<7$	c) $-6<-x<-3$ $12{,}1-6<12{,}1-x<12{,}1-3$ $6{,}1<12{,}1-x<9{,}1$	d) $\frac{1}{6}<\frac{1}{x}<\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}+\frac{11}{6}<\frac{1}{x}+\frac{11}{6}<\frac{1}{3}+\frac{11}{6}$ $2<\frac{1}{x}+\frac{11}{6}<\frac{13}{6}$

Exercice 2

$13{,}8+7<x<16{,}1+7$ $20{,}6<x<23{,}1$	$-5{,}6-10{,}4<x<3{,}4-10{,}4$ $-16<x<-7$	$21\times\frac{1}{3}<3x\times\frac{1}{3}<36\times\frac{1}{3}$ $7<x<12$	$3-5<-x<32-5$ $-2<-x<27$ $-27<x<2$

$12+4<2x<46+4$ $16<2x<50$ $16\times\frac{1}{2}<x<50\times\frac{1}{2}$ $8<x<25$

Exercice 3

On a : $-2n \geq -8 et \quad 3n \geq -15$**,** donc **:** $n \leq -8\times(-\frac{1}{2}) et \quad n > -15\times\frac{1}{3}$**. D'où :** $n \leq 4 et \quad n > -5$ **.** Ainsi **:** $-5 < n \leq 4$**, il résulte que :** $n \in \left]-5;4\right]$

Exercice 4

On calcule d'abord la longueur BC

On applique la propriété de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A tel que AB= 6 et AC= 4, on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Donc $BC^2 = 36+16 = 52$, soit $BC = 2\sqrt{13}$

On encadre ensuite BC : $2\times 3,605 < 2\sqrt{13} < 2\times 3,606$, soit $7,21 < 2\sqrt{13} < 7,212$.

somme des nombres $2\sqrt{3}+\sqrt{13}\, et \quad \frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{13}}$ est nulle. On a : **Donc à l'ordre 2 par deux décimaux consécutifs, on a :** $7,21 < BC < 7,22$

Exercice 5

1) $(4\sqrt{5})^2 = 16\times 5 = 80\, et \quad 9^2 = 81$. Or $80 < 81$, donc $4\sqrt{5} < 9$, ainsi $4\sqrt{5}-9$ est un nombre négatif.
2) Comme $4\sqrt{5}-9$ est un nombre négatif, donc $\left|4\sqrt{5}-9\right| = -\left(4\sqrt{5}-9\right) = -4\sqrt{5}+9$

Exercice 6

1) On vérifie que la somme des nombres $2\sqrt{3}+\sqrt{13}\, et \quad \frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{13}}$ est nulle. On a :

$$2\sqrt{3}+\sqrt{13}+\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{13}} = \frac{\left(2\sqrt{3}+\sqrt{13}\right)\left(2\sqrt{3}-\sqrt{13}\right)+1}{2\sqrt{3}-\sqrt{13}}$$
$$= \frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{13}\right)^2+1}{2\sqrt{3}-\sqrt{13}} = \frac{12-13+1}{2\sqrt{3}-\sqrt{13}} = 0$$

Donc ces deux nombres sont opposés

2) a) On a : $2\times 1,732 < 2\sqrt{3} < 2\times 1,733$, soit $3,464 < 2\sqrt{3} < 3,466$. Par addition membre à membre, on obtient : $3,464+3,605 < 2\sqrt{3}+\sqrt{13} < 3,466+3,606$, soit $7,069 < 2\sqrt{3}+\sqrt{13} < 7,072$. Donc à l'ordre 1 par deux décimaux consécutifs, on a : $7 < 2\sqrt{3}+\sqrt{13} < 7,1$

b) D'après la question 1), les nombres $2\sqrt{3}+\sqrt{13}\, et \quad \frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{13}}$ sont opposés.

Donc, on a : $-7,1 < \frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{13}} < -7$

Exercice 7

1) On a : $\dfrac{-2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}=\dfrac{-2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)}=\dfrac{-2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}=\dfrac{-2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)}{3-5}=$
$\sqrt{3}+\sqrt{5}$

2) Par addition membre à membre, on a : $1,732+2,236<\sqrt{3}+\sqrt{5}<1,733+2,237$, soit
$3,968<\sqrt{3}+\sqrt{5}<3,97$.
D'où à l'ordre 2 par deux décimaux consécutifs, on a : $3,96<\dfrac{-2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}<3,97$.

Exercice 8

1) $A=\dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+2\right)-\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+2\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^2+2\sqrt{3}-\left[\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2\right]}{\left(\sqrt{3}\right)^2+2\sqrt{3}-\sqrt{3}-2}=\dfrac{2\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$

$A=\dfrac{\left(2\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)}=\dfrac{2\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}+\sqrt{3}-1}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}=\dfrac{5-\sqrt{3}}{2}$

Or $B=\dfrac{5-\sqrt{3}}{2}$, donc : $A=B$

2) On sait que $A=\dfrac{5-\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{2}\times\left(5-\sqrt{3}\right)$
On a : $-1,733<-\sqrt{3}<-1,732$, en ajoutant 5 à chacun de ses membres, on obtient : $5-1,733<5-\sqrt{3}<5-1,732$, soit $3,267<5-\sqrt{3}<3,268$, en multipliant chacun des membres de l'encadrement précédent par $\dfrac{1}{2}$, on obtient : $1,6335<\dfrac{5-\sqrt{3}}{2}<1,634$.
Donc à l'ordre 2 par deux décimaux consécutifs, on a : $1,63<A<1,64$

Exercice 9

On a : $m-p=2\sqrt{2}-1-(3-\sqrt{2})=3\sqrt{2}-4$. Or $\left(3\sqrt{2}\right)^2=9\times2=18$ et $4^2=16$

Donc : $3\sqrt{2}>4$ et $3\sqrt{2}-4>0$. Ainsi : $m>p$

Exercice 10

1) On sait que : $a\in\left]0;1\right[$, donc $0<a<1$.
Comme $0<a<1$, donc $0<a^2<1$ car les nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés.

En multipliant par -1 chaque membre de l'inégalité $0 < a^2 < 1$, on obtient $-1 < -a^2 < 0$.

En ajoutant 1 à chaque membre de l'inégalité $-1 < -a^2 < 0$, on obtient $1-1 < 1-a^2 < 1+0$ soit $0 < 1-a^2 < 1$. D'où : $\left(1-a^2\right) \in \left]0;1\right[$

2) On sait que $0 < 1-a^2 < 1$, donc $0 < (1-a)(1+a) < 1$

Comme $(1-a)(1+a) > 0$ d'après l'inégalité $0 < (1-a)(1+a) < 1$, donc $1-a$ et *1-a* sont de même signe. Puis que *1+a* est positif donc *1-a* l'est aussi.

Par conséquent : de l'inégalité $0 < (1-a)(1+a) < 1$, on a $(1-a)(1+a) < 1$ et $1+a < \dfrac{1}{1-a}$ ou bien $\dfrac{1}{1-a} > 1+a$.

Application :

On a : $1{,}0000002 = 1+2\times10^{-7}$ *et* $0{,}9999998 = 1-2\times10^{-7}$.

En prenant $a = 2\times10^{-7} = 0{,}0000002$, on a : $\dfrac{1}{1-2\times10^{-7}} > 1+2\times10^{-7}$ d'après la question 2), donc $\dfrac{1}{0{,}9999998} > 1{,}0000002$.

Exercice 11

- On sait que $a < b$, donc $0{,}3a < 0{,}3b$,il résulte que $0{,}3a+0{,}7b < 0{,}3b+0{,}7b$, d'où : $m < b$ d'une part
- On sait que $a < b$, donc $0{,}7a < 0{,}7b$,il résulte que $0{,}3a+0{,}7a < 0{,}3a+0{,}7b$, d'où : $a < m$ d'autre part.

Par conséquent : $a < m < b$. Ainsi $m \in \left]a;b\right[$

Exercice 12

Soit V le volume de la tirelire de Fatou. $V = \pi r^2 h$, où r= 6 et h=15.

On sait que $3{,}1415 < V < 3{,}1416$. On multiplie chaque membre de l'inégalité par $r^2h = 36\times15$, on a : $3{,}1415\times36\times15 < V < 3{,}1416\times36\times15$, soit $1696{,}41 < V < 1696{,}464$.

A l'ordre 1 par deux décimaux consécutifs, on a : $1696{,}4 < V < 1696{,}5$

SITUATION D'EVALUATION

Exercice 1

1) On sait que : $30,6 < L < 30,7$ *et* $20,3 < l < 20,4$, le prix du mètre carré est 2500F.
On doit déterminer un encadrement de l'aire A du terrain. Par multiplication membre à membre, on a : $30,6 \times 20,3 < A < 30,7 \times 20,4$, soit $621,18 < A < 626,28$.
Comme $P = 2500 \times A$, donc $2500 \times 621,18 < P < 2500 \times 626,28$, soit $1552950 < P < 1565700$
2) Soit X la longueur de la clôture de ce terrain. On a : $X = 2(L + l) - 3$ et on sait que $30,6 < L < 30,7$ *et* $20,3 < l < 20,4$, on obtient :
$2(30,6 + 20,3) - 3 < X < 2(30,7 + 20,4) - 3$, soit $98,8 < X < 99,2$.

6 ANGLES INSCRITS

Résumé de cours et exercices de fixation

1-Angle inscrit

1-1 Définition

Exercices de fixation

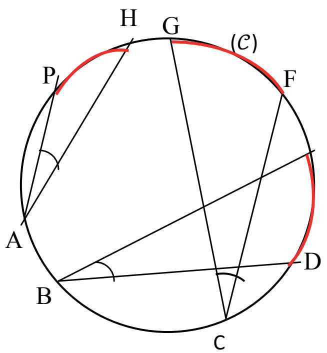
Exercice 1
Fig2 ; fig4 : f

Exercice 2
(Exercice 6 page 84)
Corrigé
Les angles inscrits dans le cercle (C) sont : $\widehat{RPS}$; $\widehat{PRT}$; $\widehat{SPT}$.

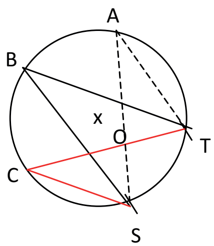
1-2 Arc intercepté par un angle inscrit

Exercices de fixation

Exercice 1



Exercice 2



2- Angle inscrit associé et angle au centre associés.

Exercices de fixation

Exercice 1

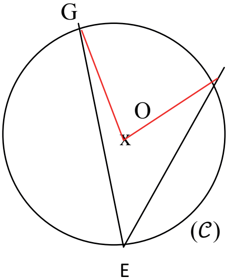


Figure 1

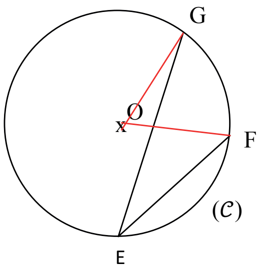


Figure 2

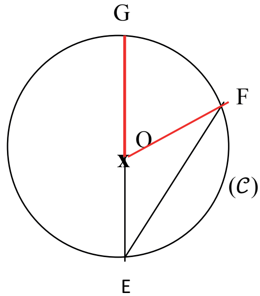


Figure 3

Exercice 2

1) L'angle $\widehat{COD}$ est un angle au centre.

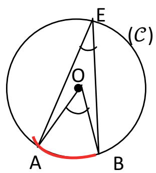
2) Un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{COD}$ est $\widehat{CAD}$.

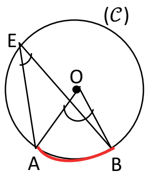
Exercice 3

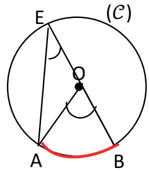
Sur les figures ci-contre, $(\mathcal{C})$ est le cercle de centre O.

Marque en rouge sur chaque figure, l'arc de cercle intercepté par les angles $\widehat{AEB}$ et $\widehat{AOB}$,

Corrigé





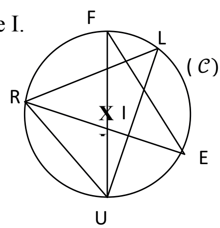


Exercice 4

Les points F, L, E, U, et R sont des points distincts du cercle($\mathcal{C}$) de centre I.

Complète le tableau suivant :

Angle inscrit	$\widehat{LRU}$	$\widehat{ERU}$	$\widehat{EFU}$	$\widehat{RLU}$	$\widehat{RUF}$
Angle au centre associé	$\widehat{LIU}$	$\widehat{EIU}$	$\widehat{EIU}$	$\widehat{RIU}$	$\widehat{RIF}$
Arc intercepté	$\widehat{LU}$	$\widehat{EU}$	$\widehat{EU}$	$\widehat{RU}$	$\widehat{RF}$



3- Propriétés

3-1Mesures d'un angle aigu inscrit et de l'angle au centre associé.

Propriété

Exercices de fixation

Exercice 1

L'angle $\widehat{ACB}$ est un angle inscrit dans le cercle (C) associé à l'angle au centre $\widehat{AOB}$. On a : $mes\widehat{ACB} = \frac{1}{2} mes\widehat{AOB} = 60°$

Exercice 2

L'angle $\widehat{CAB}$ est un angle inscrit dans le cercle (C) associé à l'angle au centre $\widehat{COB}$. On a : $mes\widehat{COB} = 2 . mes\widehat{CAB} = 2 \times 43 = 86°$

Exercice 3

Angle $\widehat{EFG}$	56°	47°	45°	84°
L'angle $\widehat{EOG}$	112°	94	90°	168°

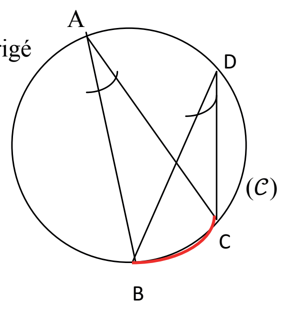
3-2 Angles inscrits interceptant le même arc

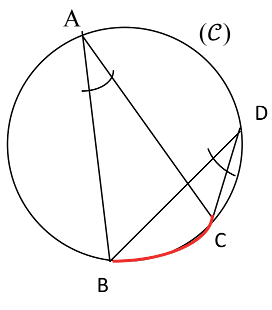
Propriété

Exercices de fixation

Exercice1

Corrigé





Exercice 2

Les angles inscrits aigus dans le cercle (C) interceptent le meme arc $\widehat{SR}$.
Donc mes$\widehat{SQR} = 45°$

Exercice de renforcement /approfondissement

Exercice 1
L'angle $\widehat{DAC}$ est un angle inscrit dans le cercle (C). Il intercepte l'arc $\widehat{DC}$. L'angle $\widehat{DOC}$ est un angle au centre associé l'angle à l'angle inscrit $\widehat{DBC}$. La mesure de l'angle $\widehat{DAC}$ est la moitié de la mesure de l'angle $\widehat{DOC}$. La mesure de l'angle $\widehat{DBC}$ est égale à la mesure de l'angle $\widehat{DAC}$.

Exercice 2
1-V ; 2-F ;3-V

Exercice 3

1) si deux angles inscrits dans un cercle interceptent le même arc alors ils ont la même mesure.
2) un angle aigu inscrit dans un cercle a pour mesure la moitié de la mesure de l'angle au centre associé

Exercice 4
1-b ; 2- c ; 3-a.

Exercice 5
Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BDC}$ sont deux angles inscrits dans le cercle (C) interceptant le meme arc donc mes$\widehat{BDC} = 60°$.

Exercice 6
1-C ; 2- b ; 3- a.

Exercice 7
a=62° ; b=46° ; c=74° ; d=90° ;e=45°.

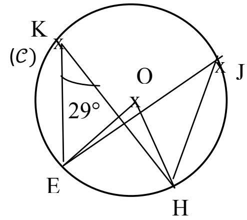
Exercice 8
mes$\widehat{BAD} = 45°$car (AD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$. L'angle inscrit $\widehat{BAD}$ au cercle (C) est associé à l'angle au centre $\widehat{BOD}$.
On a : mes$\widehat{BOD} = 2 \times mes\widehat{BAD} = 90°$.

Exercice 9
- L'angle inscrit $\widehat{BCA}$ au cercle (C) est associé à l'angle au centre $\widehat{AOB}$
On a : mes$\widehat{AOB} = 2 \times mes\widehat{BCA} = 100°$.
-L'angle inscrit $\widehat{ABC}$ au cercle (C) est associé à l'angle au centre $\widehat{AOC}$
On a : mes$\widehat{AOC} = 2 \times mes\widehat{ABC} = 170°$.
-L'angle inscrit $\widehat{BAC}$ au cercle (C) est associé à l'angle au centre $\widehat{BOC}$
On a : mes$\widehat{BOC} = 2 \times mes\widehat{BAC} = 90°$.

Exercice 10
1) L'angle inscrit $\widehat{SVT}$ au cercle (C) est associé à l'angle au centre $\widehat{SOT}$
On a : mes$\widehat{SVT} = \frac{1}{2} \times mes\widehat{SOT} = 34°$.
2) L'angle inscrit $\widehat{SUT}$ au cercle (C) est associé à l'angle au centre $\widehat{SOT}$

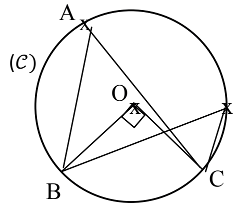
On a : mes$\widehat{SUT} = \frac{1}{2} \times mes\widehat{SOT} = 34°$.

Exercice 11



1) L'angle inscrit $\widehat{EKH}$ au cercle (C) est associé à l'angle au centre $\widehat{EOH}$
On a : mes$\widehat{EOH} = 2 \times mes\widehat{HKH} = 58°$
2) Les angles inscrits $\widehat{EKH}$ et$\widehat{EJH}$ au cercle (C) interceptent le même arc.
On a : mes$\widehat{EKH} = mes\widehat{HJH} = 29°$.

Exercice 12



1) L'angle inscrit $\widehat{BAC}$ au cercle (C) est associé à l'angle au centre $\widehat{BOC}$
On a : mes$\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \times mes\widehat{BOC} = 45°$
2) Les angles inscrits $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BDC}$ au cercle (C) interceptent le même arc.
On a : mes$\widehat{BAC} = mes\widehat{BDC} = 45°$.

Exercice 13

mes$\widehat{BAI}$ = mes$\widehat{BAD} = \frac{1}{2} \times mes\widehat{BOD} = 70°$
mes$\widehat{ABC}$ = mes$\widehat{ABI} = mes\widehat{CDA} = 60°$.
mes$\widehat{AIB} = 180° -$ (mes$\widehat{BAI}$+ mes$\widehat{ABI}$)= 50°.

Exercice 14
1- mes$\widehat{BCA} = 180° -$ (mes$\widehat{BAC}$+ mes$\widehat{ABC}$)= 60°.
2- Les angles inscrits $\widehat{ADB}$ et $\widehat{BCA}$ au cercle (C) interceptent le même arc.
On a : mes$\widehat{ADB} = mes\widehat{BCA} = 60°$.

Exercice 15
Le triangle COB est un triangle isocèle en O, on a : mes$\widehat{OCB}$ = mes$\widehat{OBC}$ = 68°
Donc mes$\widehat{COB} = 180° - 2 \times$mes$\widehat{OBC} = 44°$
L'angle inscrit $\widehat{CAB}$ au cercle (C) est associé à l'angle au centre $\widehat{COB}$
On a : mes$\widehat{CAB} = \frac{1}{2} \times mes\widehat{COB} = 22°$

Exercice 16
L'angle inscrit $\widehat{BAE}$ au cercle (C) est associé à l'angle au centre $\widehat{BOE}$ et $mes\widehat{BAE} = 30°$
On a : mes$\widehat{BOE} = 2 \times mes\widehat{BAE} = 60°$

Exercice 17
- Les angles inscrits $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$ au cercle (C) interceptent le même arc.
On a : mes$\widehat{ABC} = mes\widehat{ADC}$
- Les angles $\widehat{ADC}$ et $\widehat{EDF}$ sont opposé par le sommet D.
On a :mes $\widehat{ADC}$=mes $\widehat{EDF}$.
- Les angles inscrits $\widehat{EDF}$ et $\widehat{EGF}$ interceptent le même arc.
On a : mes$\widehat{EDF} = mes\widehat{EGF}$
- Les angles $\widehat{EGF}$ et $\widehat{JGH}$ sont opposé par le sommet G.

On a :mes $\widehat{EGF}$=mes $\widehat{JGF}$.
- Les angles inscrits $\widehat{JGH}$ et $\widehat{HLJ}$ au cercle (C) interceptent le même arc.
On a : mes$\widehat{JGH} = mes\widehat{HLJ}$
Au total : mes$\widehat{ABC} = mes\widehat{HLJ}$.

Exercice 18
MNT est un triangle équilatéral. La droite (ST) est la hauteur issue de T, elle est aussi bissectrice de l'angle$\widehat{MTN}$. On a : $mes\widehat{MTS} = 30°$
Les angles inscrits $\widehat{MNS}$ et $\widehat{MTS}$ au cercle (C) interceptant le même arc.
On a : mes$\widehat{MNS} = mes\widehat{MTS} = 30°$.

Exercice 19

1- L'angle inscrit $\widehat{DBC}$ au cercle (C) est associé à l'angle au centre $\widehat{DOC}$
On a : mes$\widehat{DBC} = \frac{1}{2} \times mes\widehat{DOC} = 20°$
2- les angles $\widehat{DOC}$ et $\widehat{BOC}$ sont supplémentaires. Donc : mes$\widehat{BOC} = 180° - mes\widehat{DOC} = 140°$
3- L'angle inscrit $\widehat{BAC}$ au cercle (C) est associé à l'angle au centre $\widehat{BOC}$
On a : mes$\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \times mes\widehat{BOC} = 70°$.
4- Les angles inscrits $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BDC}$ au cercle (C) interceptant le même arc.
On a : mes$\widehat{BDC} = mes\widehat{BAC} = 70°$.

Exercice 20
Les angles inscrits $\widehat{ROC}$ et $\widehat{RDC}$ au cercle (C) interceptant le même arc.
On a : mes$\widehat{ROC} = mes\widehat{RDC}$.
Les angles inscrits $\widehat{ORD}$ et $\widehat{OCD}$ au cercle (C) interceptant le même arc.
On a : mes$\widehat{ORD} = mes\widehat{OCD}$.
Or les angles$\widehat{ROC}$ et $\widehat{ORD}$ sont de même mesures car ils sont deux angles alternes-internes menés par deux droites parallèles et une sécante.
De même mes$\widehat{ROC} = mes\widehat{DCO}$.
On a : : mes$\widehat{ROC} = $ mes$\widehat{ORD}$ le triangle ROI est un triangle isocèle en I.
On montre de même que CID est un triangle isocèle en I.

Exercice 21
1.a) Les angles inscrits $\widehat{BMA}$ et $\widehat{BM'A}$ au cercle (C) interceptant le même arc.
On a : mes$\widehat{BMA} = mes\widehat{BM'A}$.
b) Les angles inscrits $\widehat{BNA}$ et $\widehat{BN'A}$ au cercle (C) interceptant le même arc.
On a : mes$\widehat{BMA} = mes\widehat{BM'A}$.

Situation d'évaluation

Exercice 1

1) le triangle CL_0D est un triangle équilatéral donc mes$\widehat{CL_oD} = 60°$

2) L'angle inscrit $\widehat{CL_2D}$ au cercle (C) est associé à l'angle au centre $\widehat{CL_oD}$

On a : mes$\widehat{CL_2D} \quad = \frac{1}{2} \times mes\widehat{CL_oD} \quad = 30°$

3) les angles inscrits $\widehat{CL_2D}$; $\widehat{CL_1D}$ et $\widehat{CL_3D}$ au cercle (C) interceptant le même arc. Ils ont la même mesure.

7 VECTEURS

Résumé de cours et exercices de fixation

I- Somme de deux vecteurs

1.1 Rappels

Exercice 1

a) $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{FH}$ et $\overrightarrow{GI}$; b) $\overrightarrow{FC}$, $\overrightarrow{EI}$ et $\overrightarrow{DH}$; c) $\overrightarrow{IE}$, $\overrightarrow{DH}$ et $\overrightarrow{BC}$;
d) $\overrightarrow{IG}$, $\overrightarrow{HJ}$ et $\overrightarrow{AD}$; e) $\overrightarrow{HI}$, $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{CI}$; f) $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{FB}$ et $\overrightarrow{HD}$.

Exercice 2

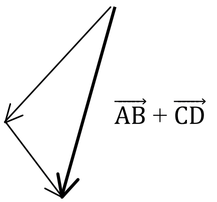
a) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN}$; b) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DN}$; c) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}$;
d) $\overrightarrow{HJ} = \overrightarrow{HI} + \overrightarrow{IJ}$; e) $\overrightarrow{JM} = \overrightarrow{JK} + \overrightarrow{KM}$; f) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD}$.

Exercice 3

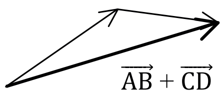
a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AC}$; b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AE}$; c) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EG}$;
d) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$; e) $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AF}$;

Exercice 4

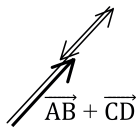
a)



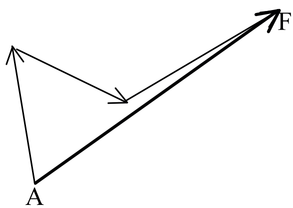
b)



c)



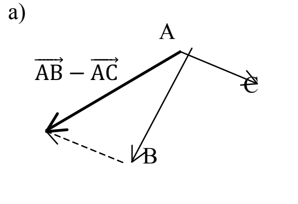
Exercice 5



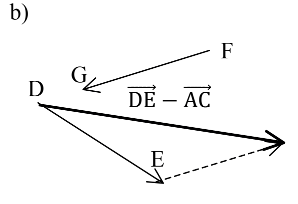
1.2 Différence de deux vecteurs

Exercice 1

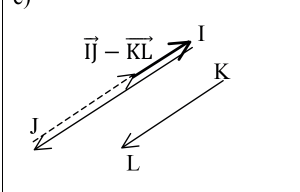
a)



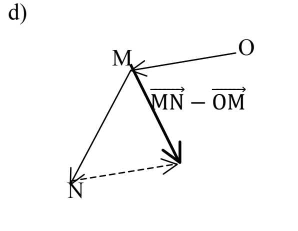
b)



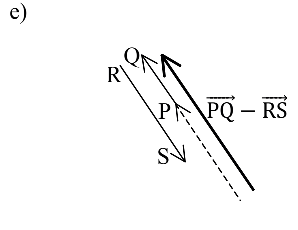
c)



d)

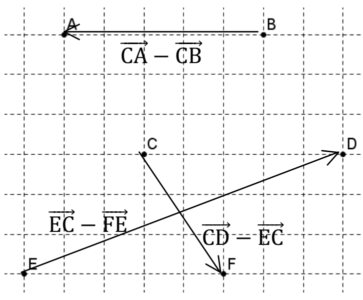


e)



Exercice 2

Remplacer le vecteur $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FD}$ par le vecteur $\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{FE}$.



Exercice 3

$\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{OF}$; $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{FC} = \vec{0}$.

1. 3 Réduction d'une somme de vecteurs

Exercice 1

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CB}$
b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA}$
c) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AE}$
d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE}$
e) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CB}$

Exercice 2

a) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

b) $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$

c) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}$

d) $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CB}$

II- Produit d'un vecteur par un nombre réel

1. Définition

Exercice 1

Cocher les deux 1$^{\text{ères}}$ réponses.

Exercice 2

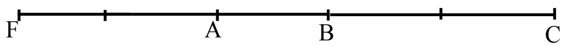
$\overrightarrow{PO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PR}$; $\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{ON}$; $\overrightarrow{SQ}=-2\overrightarrow{QO}$; $\overrightarrow{PO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PR}$; $\overrightarrow{MO}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{QP}$; $\overrightarrow{RN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{SP}$; $\overrightarrow{PQ}=-\overrightarrow{RS}$

Exercice 3

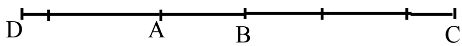
1.a) $\overrightarrow{EC}=-2\overrightarrow{EF}$; b) $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{FG}=\vec{0}$; c)$\overrightarrow{MN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{MF}$

2.a) $\overrightarrow{CE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{ME}$; b) $\overrightarrow{MD}=-\overrightarrow{NF}$; c)$\overrightarrow{DE}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{NF}$

Exercice 4



Exercice 5



2. Propriétés

Exercice 1

a) $3\overrightarrow{AB}+7\overrightarrow{AB}=10\overrightarrow{AB}$; b) $\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$; c) $2\left(-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}\right)=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

d) $-3\left(-\frac{5}{2}\overrightarrow{AB}\right)=\frac{15}{2}\overrightarrow{AB}$; e) $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{CD}=\frac{3}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD})$

f) $2\left(\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}\right)+2\left(\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{5}\overrightarrow{CD}\right)=\frac{12}{5}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{5}\overrightarrow{CD}$

Exercice 2

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}=2\overrightarrow{KL}+3\overrightarrow{MN}+\frac{1}{2}\overrightarrow{KL}+5\overrightarrow{MN}-3\overrightarrow{KL}-2\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{KL}+6\overrightarrow{MN}$

b) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}=2\overrightarrow{KL}+3\overrightarrow{MN}-\frac{1}{2}\overrightarrow{KL}-5\overrightarrow{MN}-3\overrightarrow{KL}-2\overrightarrow{MN}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{KL}-4\overrightarrow{MN}$

c) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{EF}=2\overrightarrow{KL}+3\overrightarrow{MN}-\frac{1}{2}\overrightarrow{KL}-5\overrightarrow{MN}+3\overrightarrow{KL}+2\overrightarrow{MN}=\frac{9}{2}\overrightarrow{KL}$

d) $2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{CD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{EF}=4\overrightarrow{KL}+6\overrightarrow{MN}+\frac{3}{2}\overrightarrow{KL}+15\overrightarrow{MN}+\frac{3}{2}\overrightarrow{KL}+\overrightarrow{MN}=7\overrightarrow{KL}+22\overrightarrow{MN}$

III- Vecteurs colinéaires

1. Vecteurs de même direction

Exercice de fixation

Exercice

1. On a les vecteurs $\overrightarrow{AB}$et $\overrightarrow{DC}$

2. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

2. Vecteurs colinéaires

<u>Exercice 1</u>

faux – vrai - vrai

<u>Exercice 2</u>

Dans la question 2, remplacer la dernière égalité« $\overrightarrow{AB}$ =.......$\overrightarrow{DC}$ » par « $\overrightarrow{OB}$ =.......$\overrightarrow{BD}$ »

1) $\overrightarrow{AB}$et $\overrightarrow{CD}$.
2) $\overrightarrow{AB} = 1\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{OB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$
3) $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EC}$
4) $\overrightarrow{FO}$ et $\overrightarrow{BD}$

3. Applications géométriques

<u>Exercice 1</u>

Faux –faux – vrai – vrai – vrai - vrai

<u>Exercice 2</u>

1. $\overrightarrow{HJ}$et $\overrightarrow{LF}$.
2. $\overrightarrow{GO}$ est colinéaire à $\overrightarrow{HI}$ et $\overrightarrow{EF}$ est colinéaire à $\overrightarrow{OK}$.
3. $\overrightarrow{FL}$, $\overrightarrow{NM}$et $\overrightarrow{HJ}$.

IV- Vecteurs orthogonaux

<u>Exercice 1</u>

1) $\overrightarrow{OS}$, $\overrightarrow{RT}$ et $\overrightarrow{TS}$; 2) $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{OQ}$

<u>Exercice 2</u>

Vrai – Faux – Faux - Vrai

Exercices de renforcement / approfondissement

Exercice 1

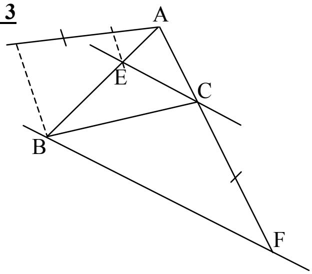
a) $\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{EK}$; b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$; c) $\overrightarrow{OB} = k\overrightarrow{OV}, k \in \mathbb{R}$; d) $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AB}$; e) $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{TV}, k \in \mathbb{R}$

Exercice 2

1ère ligne : O est le milieu de [EF]
2ème ligne : $\overrightarrow{RS} = k\overrightarrow{RT}, k \in \mathbb{R}$
3ème ligne : $\overrightarrow{LM} = k\overrightarrow{PQ}, k \in \mathbb{R}$
4ème ligne : ABDC est un parallélogramme

Exercice 3

1)



2) On a $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$donc $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AE}$.

3) Comme $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AC}$, on a $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AE} - 3\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FA} = 3(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CA})$$
$$\overrightarrow{FB} = 3\overrightarrow{CE}$$

Donc (CE) // ((FB)

Exercice 4

1) $\overrightarrow{OD} = 4\,\overrightarrow{OB}$, donc O, D et B sont alignés
2) $\overrightarrow{CD} = 4\,\overrightarrow{AB}$, donc (AB) et (CD) sont parallèles.

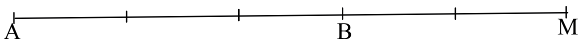
Exercice 5

Traduction en langage géométrique des égalités vectorielles

Langage vectorielle
$\overrightarrow{PI} = \overrightarrow{IN}$
$\overrightarrow{PI} \perp \overrightarrow{NI}$
$\overrightarrow{PI} = -3\overrightarrow{NO}$
$\overrightarrow{PI} = \overrightarrow{NO}$
$\overrightarrow{NI} = 1{,}75\overrightarrow{PI}$

Langage géométrique
Les droites (PI) et (NI) sont perpendiculaires
Les points P, I et N sont alignés
PION est un parallélogramme
Les droites (ON) et (PI) sont parallèles
Le point I est le milieu du segment [PN]

Exercice 6

1) 

2) $-2\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}=\vec{0}$

$-2\overrightarrow{MA}+5\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)=\vec{0}$

$-2\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

$3\overrightarrow{MA}=-5\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AM}=\frac{5}{3}\overrightarrow{AB}$

Exercice 7

$\overrightarrow{SM}+\overrightarrow{SN}+\overrightarrow{SP}+\overrightarrow{SR}=\overrightarrow{SO}+\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{SO}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{SO}+\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{SO}+\overrightarrow{OR}$

$\overrightarrow{SM}+\overrightarrow{SN}+\overrightarrow{SP}+\overrightarrow{SR}=4\overrightarrow{SO}+\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OR}$

Comme MNPR est un parallélogramme, O est le milieu de [MP] et de [NR]. D'où $\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OP}=\vec{0}$et $\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OR}=\vec{0}$.

Donc $\overrightarrow{SM}+\overrightarrow{SN}+\overrightarrow{SP}+\overrightarrow{SR}=4\overrightarrow{SO}$

Exercice 8

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{ON}$

$\overrightarrow{MN}=-\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}$

$$\overrightarrow{MN}=-\left[\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}+\left(k+\frac{5}{2}\right)\overrightarrow{OV}\right]+(k+2)\overrightarrow{OB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{OV}$$

$$\overrightarrow{MN}=\left(-\frac{1}{4}+k+2\right)\overrightarrow{OB}+\left[\frac{3}{4}-\left(k+\frac{5}{2}\right)\right]\overrightarrow{OV}$$

$$\overrightarrow{MN}=\left(k+\frac{7}{4}\right)\overrightarrow{OB}+\left(-k-\frac{7}{4}\right)\overrightarrow{OV}$$

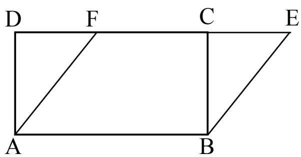
$$\overrightarrow{MN}=\left(-k-\frac{7}{4}\right)\left(\overrightarrow{OV}-\overrightarrow{OB}\right)$$

$$\overrightarrow{MN}=\left(-k-\frac{7}{4}\right)\overrightarrow{BV}$$

Donc $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BV}$ sont colinéaires.

Exercice 9

1)



2) On a $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$et $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{FE}$, donc $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{FE}$

$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{FE}$

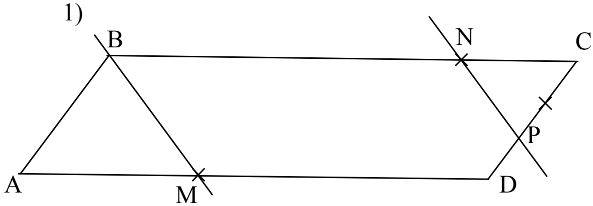
$\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{DE}$

$\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{FD}$

$\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{DF}$

Exercice 10

1)

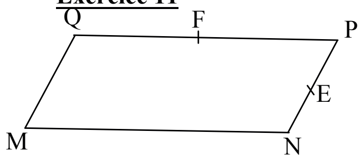


2) a) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}$

$$= \overrightarrow{CD} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AD}$$
$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{CP} + \frac{3}{8} \times \frac{4}{3}\overrightarrow{BN}$$
$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{CP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BN}$$
$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{CN} + \frac{3}{2}\overrightarrow{NP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BN}$$
$$= \frac{3}{2} \times \left(-\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}\right) + \frac{3}{2}\overrightarrow{NP} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$$
$$= -\frac{3}{8}\overrightarrow{BC} - \frac{3}{2}\overrightarrow{PN} + \frac{3}{8}\overrightarrow{BC}$$
$$\overrightarrow{BM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{PN}$$

b) On a $\overrightarrow{BM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{PN}$, donc (BM) // (PN)

Exercice 11



On a :$\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF}$

$\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PE} + \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PF}$

$\overrightarrow{MG} = 2\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PE} + \overrightarrow{PF}$

$$\overrightarrow{MG} = 2\overrightarrow{MP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ}$$
$$\overrightarrow{MG} = 2\overrightarrow{MP} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{PQ}\right)$$
$$\overrightarrow{MG} = 2\overrightarrow{MP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PM}$$
$$\overrightarrow{MG} = 2\overrightarrow{MP} - \frac{1}{2}\overrightarrow{MP}$$
$$\overrightarrow{MG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MP}$$

Donc les points M, G et P sont alignés.

Exercice 12

$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BK}$

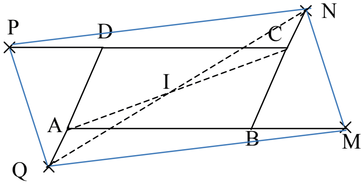
$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BK}$

$$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{CK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$$
$$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{CK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) + \overrightarrow{CB}$$
$$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{CK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB}$$
$$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB}$$
$$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{CK} = \vec{0}$$

Exercice 13

Dans la question 2.b, mettre un tiret entre « Déduis » et « en »

1)



2) a) $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{QD} + \overrightarrow{DP}$

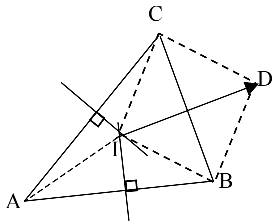
$$\overrightarrow{QP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$$
$$\overrightarrow{QP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{QP} = \frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{1}{2}\times 2\overrightarrow{BM}$$
$$\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BM}$$
$$\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{MB}$$
$$\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{MN}$$

b) On a $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{MN}$, donc MNPQ est un parallélogramme

3) Soit I le point d'intersection des droites (AC) et (QN).
AIQ est un triangle, C∈(QI), N∈(AI) et (AQ) // (CN). D'après la conséquence de la propriété de Pythagore, $\frac{IA}{IC} = \frac{IQ}{IN} = \frac{AQ}{CN}$
Or AQ = CN, donc $\frac{IA}{IC} = \frac{IQ}{IN} = 1$. Par conséquent IA = IC et IQ = IN.
On en déduit que I est le milieu de [AC] et de [QN]

Exercice 14

1)



2) On a $\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$, donc [ID] est une diagonale du parallélogramme IBDC.

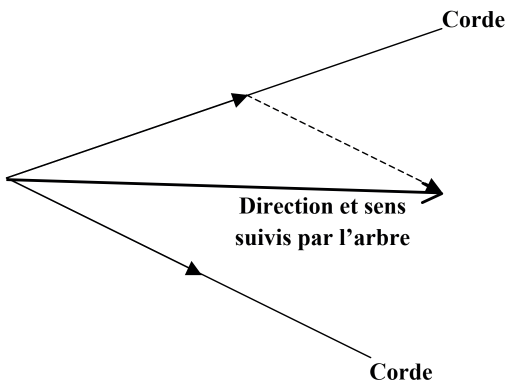
IA = IB (car I appartient à la médiatrice de [AB]) et IA = IC (car I appartient à la médiatrice de [AC]), d'où IB = IC.
Le parallélogramme IBDC a deux côtés consécutifs, [IB] et [IC], de même longueur, donc c'est un losange. On sait que les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.
On déduit que les vecteurs $\overrightarrow{ID}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

Situation d'évaluation

Exercice 1

1)
2) $\overrightarrow{AQ} = 6\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
3) $\overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} = \left(6\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\right) - \left(4\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC}\right)$
$\overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{6AC}$

Exercice 2



8 ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

RÉSUMÉS DE COURS – EXERCICES DE FIXATION

I. ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Définition

Point Méthode

Exercices de fixation

1) $(E_1): y = 2x+1$; $(E_2): -3x + 4 = 0$; $(E_3): y = 0$

$(E_6): \frac{x}{2} + \frac{3y}{2} + \sqrt{2} = 0$; $(E_9): x = -3y - 8$.

2) 1- A, C ; 2- B et C ; 3- A, B et C.

3)

Couples	$(0;1)$	$(-3;1)$	$(4;15)$	$(-8;-1)$	$(0;7)$	$(1;1)$	$(8;10)$
Croix		X	X		X		

4) 1. $-7a + 24 - 3 = 0$; $a = 3$.
2. $-14 + 26 - 3 = 0$; $b = \frac{17}{2}$.

5) $(-12;0)$; $(0;12)$; $(1;13)$; $(-5;7)$; $(8;20)$.

II. INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Définition

Point Méthode

Point Méthode

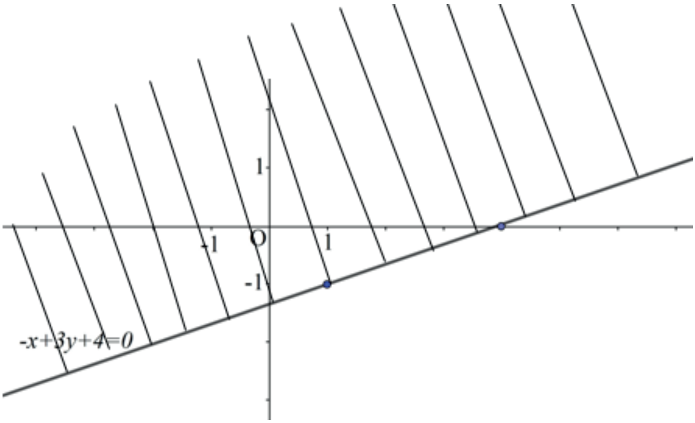
Exercices de fixation

1) (I_2) ; (I_3) et (I_6)

2) $(I_1): 18x - 15y + 17 \geq 0$; $(I_2): -x - 7y - 8 < 0$

$(I_6): 5x - 3 < 0$.

3)



4) 1. $a + 5 - 9 \leq 0$
$a - 4 < 0$
$a = -6$ par exemple.
2. $-5 + 5b = 9 \leq 0$
$5b - 14 \leq 0$
$b = 0$ par exemple.

III. SYSTÈME D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS ℝ×ℝ

1. Définition

Exercices de fixation

1) Les systèmes d'équations dans ℝ×ℝ sont $\begin{cases} \frac{x}{3} - y + 2 = 0 \\ -x - \frac{y}{2} + 3 = 0 \end{cases}$ et

$\begin{cases} -5x - y - 3 = 0 \\ 7y + x - 10 = 0 \end{cases}$

Exercice 2
Vrai
Faux
Faux

2. Résolution d'un système d'équation du premier degré dans ✓×

Méthode de résolution par substitution

Exercice de fixation

1) a) Solution $(3; 5)$
b) Solution $(2; 1)$
c) Solution $(6; 5)$
d) Solution $(2; -1)$.

Méthode de résolution par combinaison

Exercice de fixation

1) a) Solution $(3;5)$

   b) Solution $(2;1)$

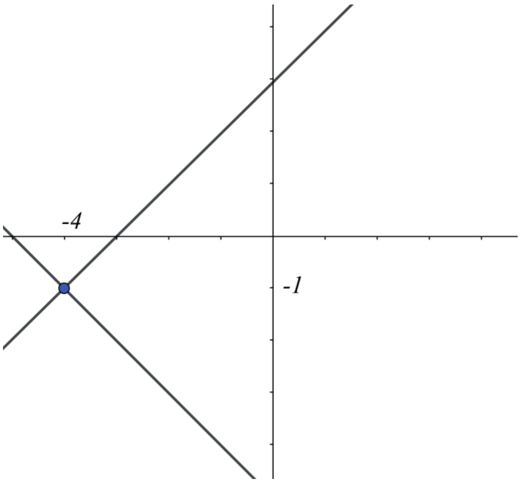
   c) Solution $(6;5)$

   d) Solution $(2;-1)$.

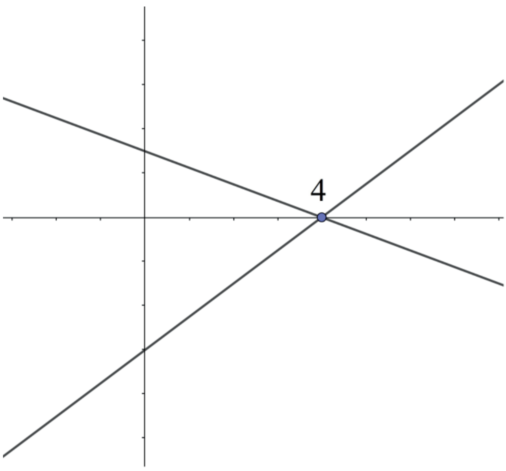
Méthode de résolution graphique

Exercice de fixation

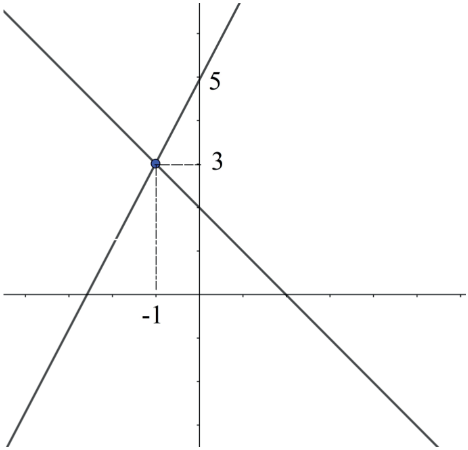
1) a)



$(-4;-1)$



$La\ solution\ est\ (4;0)$



$la\ solution\ es\ (-1;3)$

IV. SYSTÈME D'INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS ℝ×ℝ

Définition

<u>Exercice de fixation</u>

Exercice 1

2) Les systèmes d'inéquations dans ℝ×ℝ sont $\begin{cases} x+2y+1\leq 0 \\ -3x-y+2\leq 0 \end{cases}$ et $\begin{cases} x-y-3<0 \\ 7y+x-10\leq 0 \end{cases}$ et $\begin{cases} x+y+2<0 \\ 2y-1\leq 0 \end{cases}$

Exercice 2

Vrai

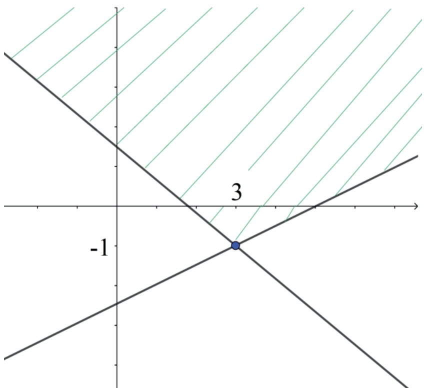
Faux

Faux

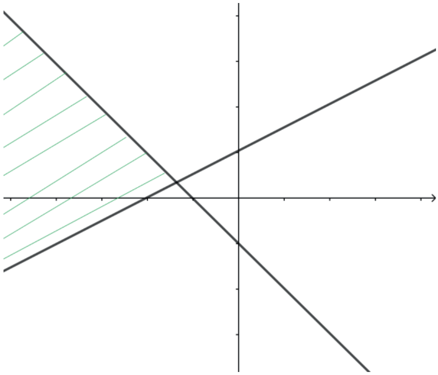
Point Méthode

<u>Exercice de fixation</u>

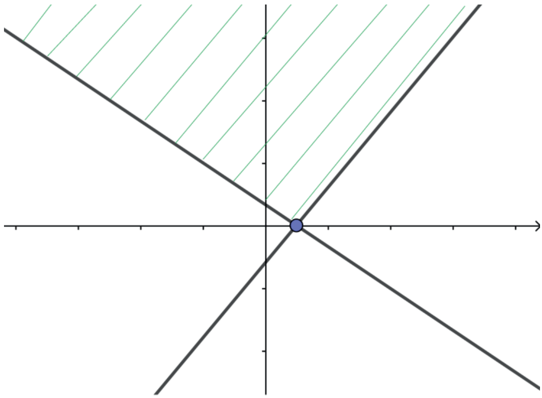
1) a)



b) La partie hachurée est solution.



c) La partie hachurée est solution.



V. PROBLÈME DU PREMIER DEGRÉ DANS ℝ×ℝ

Point Méthode

Exercice de fixation

1. Soit x et y les 2 types de cahier.
   $x + y = 2.$
2. $1500x + 2800y = 46200$
   $15x + 28y = 462.$
3. On trouve (14; 9).
4. 14 cahiers de 1500 F le cahier et 9 cahiers de 2500 F le cahier.

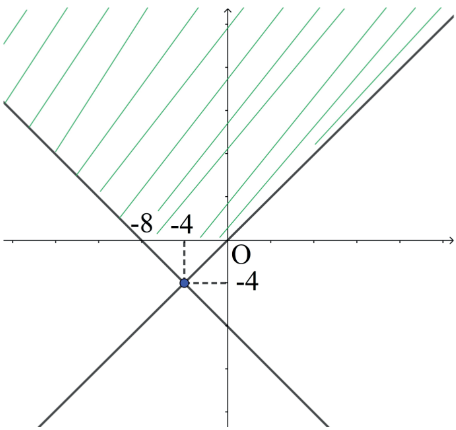
EXERCICES DE RENFORCEMENT / APPROFONDISSEMENT

1) a) $(-5; -6)$.
   b) Une infinité de solutions.
   c) Pas de solution.

2) a) $(-8; 0)$
   b) $\left(-\frac{17}{100}; \frac{13}{50}\right)$
   c) $(-3{,}25; -1{,}25)$
   d) $(-0{,}63; 6{,}38)$.

3) 1. $\left(-\frac{3}{5}; 1\right)$; $\left(-\frac{3}{5}; 2\right)$.
   2. $(0; 8)$; $(1; 8)$.
   3. $(1; 3{,}5)$.

4) 1. Voir figure.



   2. a) Voir figure
      b) $(2; 4)$; $(1; 2)$; $(1; 3)$.

5) 1. $500x + 800y \leq 3000$
      $5x + 8y \leq 30$
      $(3; 1)$; $(2; 2)$; $(4; 1)$.
   2. $8y \leq 20$; $y = 2$; $(2; 2)$.
   3. $(2; 2)$.

6) 6 de 50 ; 2 de 100 ; 8300.
   $x + y = 21$.
   $500x + 200y = 8300 - 6\times 50 - 200$.
   $\begin{cases} x + y = 21 \\ 5x + 2y = 78 \end{cases}$ La solution est $(12; 9)$.

7) $\begin{cases} 2c + 4t = 5000 \\ 2c + 3t = 4500 \end{cases}$

$(1500; 500)$.

Le ticket de concert coûte 1500 F et du théâtre 500 F.

8) $2(x + x - 52) = 392$ $\begin{cases} x + y = \frac{392}{2} \\ x - y = 52 \end{cases}$.

$4x = 392 - 104$

$4x = 288$

$x = 72.$

Longueur = 72 m ; largeur = 20 m.

9) $15x + 10y = 126500.$

$10x + 15y = 133500$

$\begin{cases} 3x + 2y = 25300 \\ 2x + 3y = 26700 \end{cases}$

$x = 4500\, F$; $y = 5900\, F.$

$(4500; 5900)$.

Le sirop coûte 4500.

La tablette coûte 5900.

SITUATION D'ÉVALUATION

1) $5x + 15y = 160.$

Soit x le nombre de livres de mathématiques, y le nombre de livres de Sciences de la Vie et de la Terre (SVT).

$5x + 15y = 160$

$x + 3y = 32$

Solution 1 : $\begin{cases} 17 \text{ livres de Maths} \\ 5 \text{ livres de SVT} \end{cases}$

Solution 2 : $\begin{cases} 14 \text{ livres de Maths} \\ 6 \text{ livres de SVT} \end{cases}$

Solution 3 : $\begin{cases} 8 \text{ livres de Maths} \\ 8 \text{ livres de SVT} \end{cases}$.

9 ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R}$

RÉSUMÉS DE COURS – EXERCICES DE FIXATION

I. ÉQUATIONS DU TYPE ax + b = cx + d

Point Méthode

Exercice de fixation

1)

$L1 \rightarrow$ $x - 2 = 0$; $2x + 3 = 11 - 2x$

$L2 \rightarrow$ $3 + x = -2$; $x + 5 = 0$;

$L3 \rightarrow$ $3 - 2x = 0$.

2) $L1 \rightarrow$ 2.

$L2 \rightarrow$ $\frac{7}{2}$.

$L3 \rightarrow$ -4.

3) a) x = -12 ;
b) $x = -\frac{9}{2}$.
c) $x = 3$.
d) $x = 2$.

4) a. $x = 2$
b. $x = 1$
c. $x = -\frac{6}{13}$.

II. ÉQUATIONS DU TYPE (ax + b)(cx + d) = 0 (a≠ 0 et c≠ 0)

Point Méthode

Exercice de fixation

1)

$L1 \rightarrow$ $(5 - x)(x - 2) = 0$;

$L2 \rightarrow$ $(x + 2)(3 - x) = 0$;

$L3 \rightarrow$ $(x - 1)(x + 1) = 0$.

2)

$L1 \rightarrow$ $1 \text{ et } \frac{5}{2}$;

$L2 \rightarrow$ $0\ et\ 3$

$L3 \rightarrow$ $-\frac{1}{2}$

3) a) Les solutions sont 1 et –2.
   b) Les solutions sont $-\frac{5}{3}$ et 7.
   c) Les solutions sont 0 et 5.
   d) La solution est $-\frac{3}{2}$.

III. RÉSOLUTION D'UNE EQUATION DU TYPE $x^2 = a$

Point Méthode

Exercice de fixation

1)
$L1 \rightarrow$ $x^2 = 4$;

$L2 \rightarrow$ $x^2 = 3$;

$L3 \rightarrow$ $x^2 = 3$.

2)
$L1 \rightarrow$ $-\frac{3}{2}\ et\ +\frac{3}{2}$; $\frac{3}{2}\ et\ \frac{3}{2}$;

$L2 \rightarrow$ $-4\ et\ 4$; ;

$L3 \rightarrow$ $0\ et\ 2$ . .

3) a) $x = 2\ ou\ x = -2$.
   b) $x = \sqrt{5}\ ou\ x = -\sqrt{5}$.
   c) $x = \frac{2}{5}\ ou\ x = -\frac{2}{5}$.
   d) $x = 0$.

IV. RÉSOLUTION D'UNE INEQUATION DU PREMIER DEGRÉ DANS ℝ

Point Méthode

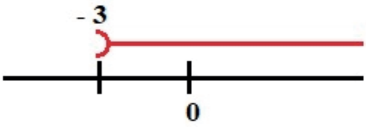
Exercice de fixation

1) $L1 \rightarrow \boxed{Vrai}$
   $L2 \rightarrow \boxed{Faux}$; ;
   $L3 \rightarrow \boxed{Vrai}$
   $L4 \rightarrow \boxed{Faux}$
   $L5 \rightarrow \boxed{Faux}$.

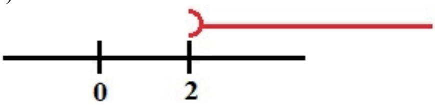
2) 1. Si $x > 2$, alors $x + 3 \ldots > 5 \ldots$;
   2. Si $x > 2$, alors $x \times 3 \ldots > 6 \ldots$
   3. Si $x < -7$, alors $x + 7 \ldots < 0 \ldots$
   4. Si $x > -2$, alors $x \times (-3) \ldots < 6 \ldots$
   5. Si $x \geq -7$, alors $-4x \ldots \leq 28 \ldots$

6. Si $x \geq -4$, alors $\frac{x}{2}$ ... ≥ -2 ...
7. Si $x > 18$, alors $\frac{x}{-3}$ ... < -6 ...
8. Si $x > 18$, alors $-\frac{1}{3}$ ... $x > -6$ ....

3) a)

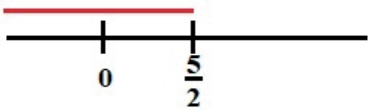


b)



4) a) $2x < 5$

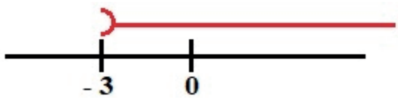
$x < \frac{5}{2}$



L'ensemble solution est : $\left]\leftarrow; \frac{5}{2}\right[$

b) $-7x < 21$

$x > -3.$

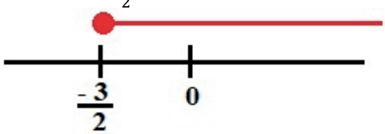


L'ensemble solution est : $]-3; \rightarrow[$

5) $3x - 4 \leq 5x - 1$

$-3 \leq 2x$

$x \geq -\frac{3}{2}.$



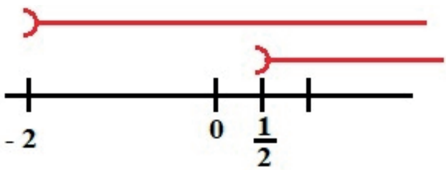
L'ensemble solution est : $\left[-\frac{3}{2}; \rightarrow\right[$.

V. RÉSOLTION D'UN SYSTÈME DE DEUX INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R}$

Point Méthode

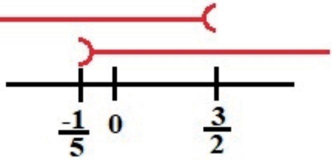
Exercice de fixation

1) a) $\begin{cases} x > -2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$



L'ensemble solution est : $\left]\frac{1}{2}; \rightarrow\right[$

b) $\begin{cases} x < \frac{3}{2} \\ x > -\frac{1}{5} \end{cases}$



L'ensemble solution est : $\left]-\frac{1}{5}; \frac{3}{2}\right[$.

VI. RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME DU PREMIER DEGRÉ DANS ℝ

Point Méthode

<u>*Exercice de fixation*</u>

1) 1. $11x \leq 5(8-x)$

$11x \leq 40 - 5x$

$16x \leq 40$

$x \leq \frac{5}{2}$.

2. Il suffit de choisir $x \leq \frac{5}{2}$ pour que l'aire de la portion de l'aîné soit plus grande.

2) $\frac{4\times 13{,}75+x}{5} = 14$

$55 + x = 70$

$x = 15$.

Elle devrait avoir 15 sur 20 au dernier devoir.

EXERCICES DE RENFORCEMENT / APPROFONDISSEMENT

1) 1. $x = 21$.
2. $x = \frac{40}{3}$.
3. $x = -\frac{7}{4}$.
4. $x = -\frac{8}{15}$.

2) a) $x = \frac{5}{6}$.
b) $x = \frac{1}{3}$.
c) $x = 2$.
d) $x = 3$.

e) $x = -\frac{9}{10}$.

3) a) $x = 0 \ \ ou \ \ x = \ -1$.
b) $x = -7 \ \ ou \ \ x = 2$.
c) $x = \frac{1}{2}$.
d) $x = -2 \ \ ou \ \ x = 7$.
e) $x == 0 \ \ ou \ \ x = 3$.

4) a) $x = \sqrt{5} \ \ ou \ \ x = -\sqrt{5}$.
b) $x = \frac{1}{2}$.
c) $x = \frac{7}{3} \ \ ou \ \ x = \frac{1}{7}$.
d) x = $\frac{1}{5}$

5) 1. x = $\frac{-5}{2}$
2. $x^2 + 2 = 0$ impossible

6) 1. $E = 9x^2 + 6x - 3$.
2. $E = (3x - 1)(3x + 3)$.
3. $(3x + 3)(3x - 1) = 0$
$x = \frac{1}{3} \ \ ou \ \ x = -1$.

7) 1. $D = 10x - 2x^2 - 15 + 3x + 4x^2 - 12x + 9$
$D = 2x^2 + x - 6$.
2. $D = (2x - 3)(x + 2)$.
3. $x = \frac{3}{2} \ \ ou \ \ x = \ -2$.

8) 1. $E = x^2 - 6x + 9 - x^2 + 2x + x - 2$
$E = -3x + 7$.
2. $99997^2 - 99999 \times 99998 = (100000 - 3)^2 - (100000 - 1)(100000 - 2)$
$= -300000 + 7$
$= -299993$.
3. $(x - 3)^2 = (x - 1)(x - 2) = 7 \Leftrightarrow -3x + 7 = 7 \ ; \ x = 0$.

9) 1. $D = 15x - 6x^2 - 25 + 10x - 9x^2 + 30x - 25$
$D = -15x^2 + 55x - 50$.
2. $D = (3x - 5)(10 - 5x)$.
3. $x = \frac{5}{3} \ \ ou \ \ x = 2$.

10) 1. a) Aire $(KED) = \frac{1 \times 4}{2} = 2$.
b) Aire $(EBF) = \frac{3x}{2}$.
c) Aire $(DFC) = \frac{(4-x)4}{2}$.
d) Aire $(EFD) = 16 - 2 - \frac{3}{2}x - 2(4 - x)$
$= 6 + 0{,}5x$.

2. $6 + 0{,}5x = 9{,}5$; $x = 7$.

11) $3x - 5 = 20$

$x = \frac{25}{3}$.

12) $5x + 4 = 10x + 7$

$5x = -3$

$x = -\frac{3}{5}$.

13) Soit x le nombre d'années.

$420 \quad x - 120000x > 700000 - 20000x$

$320000x > 700000$

$32x > 70$

$x > \frac{70}{32}$; $x \geq 3$.

14) 1. Soit x le prix de l'annale de Maths.

Le prix de l'annale de l'Anglais est $x - 1500$.

2. $x + (x - 1500) = 6000$

$2x = 7500$

$x = 3700$.

15) a) $x + 3 < x$; impossible

b) $x > 3$; $]3; \rightarrow[$.

c) $x \leq 6$; $]\leftarrow; 6]$.

d) $-7x \geq 14 \Longrightarrow x \leq -2$; $]\leftarrow; -2]$.

e) $x > -12$; $]-12; \rightarrow[$.

f) $x < 3$; $]\leftarrow; 3[$.

16) a) $x > -21$; $]-21; \rightarrow[$.

b) $x \leq \frac{1}{2}$; $\left]\leftarrow; \frac{1}{2}\right]$.

c) $X > -2$; $]-2; \rightarrow[$.

d) $x > -\frac{7}{4}$; $\left]-\frac{7}{4}; \rightarrow\right[$.

e) $x \leq \frac{1}{2}$; $\left]\leftarrow; \frac{1}{2}\right]$.

f) $x \geq \frac{12}{8} \Longrightarrow x \geq \frac{3}{2}$; $\left[\frac{3}{2}; \rightarrow\right[$.

17) 1. $-5 + 5 > -16 + 7$;

$-5 + 5 > 4(-5 + 1) + 7$, donc -5 n'est pas solution.

$-3 + 5 > 4(-3 + 1) + 7$, donc -3 n'est pas solution.

$0 + 5 \leq 4(0 + 1) + 7$, donc 0 est solution.

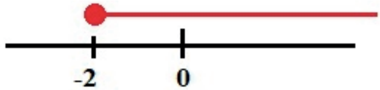
$3 + 2 \leq 4(3 + 1) + 7$, donc 3 est solution.

2. $x + 5 \leq 4x + 11$

$-6 \leq 3x$

$-2 \leq x$.

3. L'ensemble des solutions :

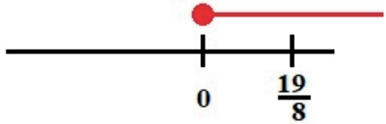


$[-2; \rightarrow[$.

18) 1. $4y \leq \frac{19}{2}$

$y \leq \frac{19}{8}$.

2. L'ensemble des solutions de l'inéquation :

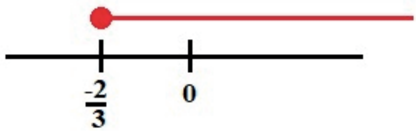


3. Il s'agit de 2 ; 1 et 0.

19) 10, 4, -4

2. $x > -\frac{2}{3}$.

3. Solutions



$\left]-\frac{2}{3}; \rightarrow\right[$

20) 1. a) $D = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x + 9x + 6$

$D = -3x + 7$.

b) $-3x + 7 \geq 1$

$x \leq 2$.

2. a) $E = (3x - 2 - 3)(3x - 2 + 3)$

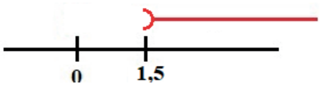
$= (3x - 5)(3x + 1)$.

b) $x = \frac{5}{3}$ ou $x = -\frac{1}{3}$.

21) 1. a) $x \geq 1{,}5$

$[1{,}5; \rightarrow[$.

b) Ensemble de solutions

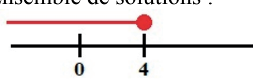


2. a) $5x + 10 - x \leq 26$

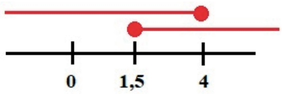
$4x \leq 16$

$x \leq 4$.

b) Ensemble de solutions :



3. Ensemble de solutions :



$[1,5; 4]$.

22) 1. $$\frac{13+9+14+8+11+12+14+14+16+15}{10} = 12,6.$$

2. $$\frac{x+6+7+10+9+14+9+10+12+7}{10} = 9,5.$$

$x = 95 - 84$

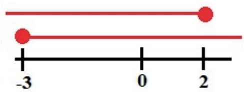
$x = 11.$

23) 1. $3x > 3$

$x > -3$

$2x \leq 4$

$x \leq 2.$

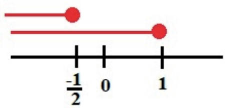


$]-3; 2]$.

2. $x < 1$

$2x < -1$

$x < -\frac{1}{2}.$



$\left]\leftarrow; -\frac{1}{2}\right[$.

24) 1. $\begin{cases} 2(x + 80 < 240) \\ 80x > 3000 \end{cases}$.

2. $\begin{cases} x < 40 \\ x > 37,5 \end{cases}$.

$37,5 < x < 40.$

38 est une valeur possible.

SITUATIONS D'ÉVALUATION

1)
1. l'âge de la troisième maison est 3 ans
2. pour la première on trouve 12 ans ; pour la deuxième 9 ans
3. Il n'a pas fini de payer

2)
1. On trouve 800x
2. on a : 2000×1500 + 200x
3. 800x > 3 000 000 + 200x

   600x > 3 000 000

   x > 5 000 A partir de 5 000.

10 COORDONNÉES DE VECTEURS

1. Repère du plan
Exercices de fixation

Exercice 1

Un repère est formé de deux **sécants**. Ces axes sont l'axe des **ordonnées** et l'axe des **abscisses**. Le point d'intersection des axes est **l'origine** du repère. Un repère **orthogonal** est un repère dont les axes sont **perpendiculaires**. Un repère **orthonormé** est un repère dont les axes sont perpendiculaires et ont la même **unité**.

Exercice 2

Figure 1 est un repère orthonormé- Figure 2 et 4 sont des repères quelconques- Figure 3 est un repère orthogonal

Coordonnées d'un vecteur
1. 3 Vecteurs égaux

Exercices de fixation

Exercice 1

1-c ; 2-a ; 3-b ; 4-b ; 5-a ; 6-c

Exercice 4

a) $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}$; b) $\overrightarrow{OM} = -2\overrightarrow{OI} + 4\overrightarrow{OJ}$; c) $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OJ}$; d) $\overrightarrow{OM} = 5\overrightarrow{OI}$

2 Coordonnées d'une somme de vecteurs
Exercice de fixation

Exercice 1

$(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})\binom{7}{4}$; $(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF})\binom{5}{5}$; $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF})\binom{2}{3}$

3. Coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel
Exercice de fixation

Exercice 1

$2\,\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}2a\\2b\end{pmatrix}$; $-3\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-3a\\-3b\end{pmatrix}$;$\sqrt{6}\,\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}a\sqrt{6}\\2\sqrt{6}\end{pmatrix}$; $\frac{-3}{7}\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}\frac{-3}{7}a\\\frac{-3}{7}b\end{pmatrix}$

Exercice 2

$3\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-21\\5\end{pmatrix}$; $-2\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$; $\frac{3}{2}\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}-3\\-\frac{3}{2}\end{pmatrix}$; $3\sqrt{2}\,\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-21\sqrt{2}\\5\sqrt{2}\end{pmatrix}$

4. Vecteurs colinéaires
a) Vecteur colinéaires
Exercices de fixation
Exercice 1

a) Les vecteurs sont colinéaires

b) les vecteurs ne sont pas colinéaires

c) les vecteurs sont colinéaires

Exercice 2

Dans chacun des cas ci-dessous, $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires si :

a) $(k-3)\times 1+2\times 3=0$ Donc $k=-3$	b) $k=\frac{1}{4}$	c) $2k+1+2(1+k)=0$ $4k+3=0$ $k=-\frac{3}{4}$ Donc $k=-\frac{3}{4}$

Exercice 3

1) $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires si $\frac{4}{3}+\frac{x}{2}=0$, donc $x=\frac{-8}{3}$
2) $\overrightarrow{EF}$ *et* $\overrightarrow{GH}$ sont colinéaires si $5(3-x)+3(x-1)=0$, donc $x=6$

b) Vecteurs orthogonaux
Exercices de fixation
Exercice 1

1) On a : $3\times\frac{2}{5}+\left(-\frac{1}{5}\right)\times 6=\frac{6}{5}-\frac{6}{5}=0$, donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux.
2) On a : $\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}+6\times 4=\frac{4}{15}+24$. Or $\frac{4}{15}+24\neq 0$, donc les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ *et* $\overrightarrow{EF}$ ne sont pas orthogonaux.

Exercice 2

1) $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux si $2\times5 - \frac{1}{2}(x-1) = 0$, donc x = 21
2) $\overrightarrow{EF}$ *et* $\overrightarrow{GH}$ sont orthogonaux si $5(3 - x) - 3(x - 1) = 0$, donc $x = \frac{9}{4}$

5 Calcul dans un repère
a) Calcul des coordonnées d'un vecteur
Exercices de fixation

Exercice 1

- Sur le graphique, on lit : A (-2 ; 3) ; B (1 ; 6) ; C (-1 ; 7) ; D (10 ; 2).
- Sur le graphique, on lit : $\overrightarrow{AB}(3;3);\overrightarrow{BD}(9;-4);\overrightarrow{CD}(11;-5);\overrightarrow{AE}(4,5;-2)$

Exercice 2

Calcul des coordonnées de chacun des vecteurs :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}8-3\\2-(-1)\end{pmatrix};\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1-3\\5-(-1)\end{pmatrix};\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-4\\6\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-1-8\\5-2\end{pmatrix};\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-9\\3\end{pmatrix}$

b) Coordonnées du milieu d'un segment

Exercice 1

Calcul des coordonnées du milieu I du segment $[AB]$ dans chacun des cas :

a) $I\left(\frac{3+8}{2};\frac{1+2}{2}\right);I\left(\frac{11}{2};\frac{3}{2}\right)$	b) $I\left(\frac{\sqrt{2}+1}{2};\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$	c) $I\left(\frac{-5+5}{2};\frac{-3+2}{2}\right);I\left(0;-\frac{1}{2}\right)$

1) Calcul des coordonnées du point M

On a : $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x_M-2\\y_M-1\end{pmatrix};\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix};3\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}9\\6\end{pmatrix}$

Donc $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}$ si $x_M-2=9$ *et* $y_M-1=6$, soit $x_M=11$ *et* $y_M=7$

D'où : M (11 ; 7)

Exercice 12

ABCD est un parallélogramme si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\-5\end{pmatrix};\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}5-x_D\\1-y_D\end{pmatrix}$

Donc si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ alors $5-x_D=-2\,et\quad 1-y_D=-5$, soit $x_D=7\,et\quad y_D=6$

Ainsi : D (7 ; 6)

Exercice 2

$S_B(A)=E$ équivaut à $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AB}$. On a : $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}x_E+3\\y_E-4\end{pmatrix};2\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}12\\-10\end{pmatrix}$.

Si $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AB}$ alors $x_E+3=12\,et\quad y_E-4=-10$, soit $x_M=9\,et\quad y_M=-6$

D'où : E (9; -6)

Exercice 3

Les segments $[FD]\,et\quad [BC]$ ont le même milieu si $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{FC}$. On a : $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ et

$\overrightarrow{FC}\begin{pmatrix}-1-x_F\\1-y_F\end{pmatrix}$

Or $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{FC}$ si $-1-x_F=3\,et\quad 1-y_F=2$. Donc $x_F=-4\,et\quad y_F=-1$

Par conséquent : F (-4 ; -1).

c) Distance de deux points

Exercice de fixation

Exercice 1

Calcul des longueurs des côtés du triangle ABC

$AB=\sqrt{(2-1)^2+(3-2)^2}$	$AC=\sqrt{(4-1)^2+(6-2)^2}$	$BC=\sqrt{(4-2)^2+(6-3)^2}$
$AB=\sqrt{1+1}$	$AC=\sqrt{9+16}$	$BC=\sqrt{4+9}$
$AB=\sqrt{2}$	$AC=\sqrt{25}$	$BC=\sqrt{13}$
	$AC=5$	

EXERCICES DE RENFORCEMENT

Exercice 1

Dans chacun des cas, on calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BC}$ et on vérifie si deux de ces vecteurs sont égaux.

Cas 1-	Cas 2-	Cas 3-
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\-1\end{pmatrix};\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-5\\-7\end{pmatrix};\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}1\\6\end{pmatrix}$ On a : $-6\times1+(-1)\times(-6)=-6+6=0$ Donc : $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{BC}$ D'où le triangle ABC est rectangle en B	$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\-6\end{pmatrix};\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\-5\end{pmatrix};\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-6\\1\end{pmatrix}$ On a : $\bullet 4\times(-2)+(-6)\times(-5)=-8+30=22$ $\bullet 4\times(-6)+(-6)\times1=-24-6=-30$ $\bullet -2\times(-6)+(-5)\times1=12-5=7$ Donc le triangle n'est pas rectangle	$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\sqrt{2}\\2\end{pmatrix};\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3\sqrt{2}\\-2\end{pmatrix};\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-\sqrt{2}\\-4\end{pmatrix}$ On a : $\bullet -2\sqrt{2}\left(-3\sqrt{2}\right)+2(-2)=12-4=8$ $\bullet -2\sqrt{2}\left(-\sqrt{2}\right)+2(-4)=4-8=-4$ $\bullet 3\sqrt{2}\left(-\sqrt{2}\right)+(-2)(-4)=-6+8=2$ Donc ABC est un triangle quelconque

Exercice 2

On pourra placer les points A ; B ; C et D dans un repère orthonormé. Cela permettra de connaître les vecteurs qui semblent colinéaires et ceux qui sont orthogonaux.

On calcule les coordonnées des vecteurs des vecteurs $\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{DC}$ et on trouve :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\6\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$

On a : $2\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-2\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\6\end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$. D'où les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires.

De plus, On a : $-2\times6+6\times2=-12+12=0$, donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AD}$ sont orthogonaux.

Ainsi le quadrilatère ABCD est un trapèze rectangle.

Exercice 3

ABCD est un parallélogramme si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\-5\end{pmatrix};\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}5-x_D\\1-y_D\end{pmatrix}$

Donc si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ alors $5-x_D=-2$ *et* $1-y_D=-5$, soit $x_D=7$ *et* $y_D=6$

Ainsi : D (7 ; 6)

Exercice 4

1) On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{BC}$, on trouve : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$

   On a : $2\times2+1\times(-4)=4-4=0$, donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.
   Par conséquent le triangle ABC est rectangle en B.

2) a) On sait que le triangle ABC est rectangle en B, donc il est inscrit dans le cercle de diamètre $[AC]$. Le rayon R de ce cercle est $\frac{1}{2}AC$. On calcule la longueur AC et on a :

$AC=\sqrt{(3-(-1))^2+(-2-1)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$. D'où $R=\frac{AC}{2}=\frac{5}{2}$

b) Le point P étant le centre du cercle circonscrit à ABC est le milieu du cercle $[AC]$.

On a : $P\left(\frac{-1+3}{2};\frac{1-2}{2}\right)$, donc $P\left(1;-\frac{1}{2}\right)$.

3) On vérifie que $PE=\frac{5}{2}$

On a : $PE=\sqrt{(3-1)^2+\left(1+\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{4+\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$

Donc le point E est un point de ce cercle.

Exercice 5

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires $\rightarrow ad-bc=0$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux $\rightarrow ac+bd=0$

Exercice 6

1) M est le milieu du segment $[FG]$; $M(\frac{3+1}{2};\frac{2-2}{2})$, soit $M(2;0)$

$S_M(E)=N$ équivaut à $\overrightarrow{EN}=2\overrightarrow{EM}$. On a : $\overrightarrow{EN}\begin{pmatrix}x_N+2\\y_N+2\end{pmatrix}$ et

$\left(2\overrightarrow{EM}\right)\begin{pmatrix}2(2+2)\\2(0-2)\end{pmatrix};\left(2\overrightarrow{EM}\right)\begin{pmatrix}8\\-4\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EN}=2\overrightarrow{EM}$ si $x_N+2=8\,et\quad y_N+2=-4$, soit $x_N=6\,et\quad y_N=-2$

Donc : N (6 ; -2)

2) Le quadrilatère EFNG a ses diagonales qui se coupent en leur milieu M, donc il est un parallélogramme.
Vérifions de plus que le quadrilatère EFNG a deux côtés consécutifs de même longueur.
On a :

$FN=\sqrt{(6-3)^2+(-2-2)^2}=\sqrt{9+16}=5\,et\quad GN=\sqrt{(6-1)^2+(-2+2)^2}=\sqrt{25+0}=5$

Par conséquent le quadrilatère EFNG est un losange.

Exercice 7

1) On calcule AB^2 et AC^2, on obtient :

$AB^2=(2+2)^2+(4-2)^2=16+4=20$ et $AC^2=(0+2)^2+(-2-2)^2=4+16=20$

On a $AB^2=AC^2$, donc $AB=AC$. D'où le triangle ABC est isocèle en A.

2) Le triangle ABC étant isocèle en A, la hauteur issue du point A est aussi sa médiane qui coupe le côté $[BC]$ en son milieu H qui est le pied de cette hauteur. On a :

$H\left(\frac{2+0}{2};\frac{4-2}{2}\right)$, soit $H(1;1)$.

3) On sait que G est le barycentre du triangle ABC et H le milieu du segment $[BC]$,

donc $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AH}$. On a $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}x_G+2\\y_G-2\end{pmatrix}$ et on calcule les coordonnées du vecteur $\frac{2}{3}\overrightarrow{AH}$,

puis on obtient $\left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AG}\right)\begin{pmatrix}2\\-\frac{2}{3}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AH}$ si $x_G+2=2$ et $y_G-2=-\frac{2}{3}$, soit $x_G=0$ et $y_G=\frac{4}{3}$

Donc $G\left(0;\frac{4}{3}\right)$

4) On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{GA};\overrightarrow{GB};\overrightarrow{GC}$ et on obtient :

$\overrightarrow{GA}\begin{pmatrix}-2\\\frac{2}{3}\end{pmatrix};\overrightarrow{GB}\begin{pmatrix}2\\\frac{8}{3}\end{pmatrix};\overrightarrow{GC}\begin{pmatrix}0\\-\frac{10}{3}\end{pmatrix}$.

On a : $-2+2+0=0$ et $\frac{2}{3}+\frac{8}{3}-\frac{10}{3}=0$, donc $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

Exercice 8

Noter plutôt $D\left(1;-\frac{5}{2}\right)$

1) On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, on obtient : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\-3\end{pmatrix}$.

On a : $2\times(-3)-2(-3)=-6+6=0$, donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires. Par conséquent les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2) On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$, on obtient : $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ -\frac{11}{2} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} \frac{7}{3} \\ -\frac{9}{2} \end{pmatrix}$.

On a : $\frac{4}{3}\times\left(-\frac{9}{2}\right)-\left(-\frac{11}{2}\right)\times\frac{7}{3}=-6+\frac{77}{6}$. Or $-6+\frac{77}{6}\neq 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas colinéaires.

Par conséquent les droites (AD) et (BC) sont sécantes

Exercice 9

1) (C) est le cercle de centre O et de rayon 4. On vérifie que OB=4

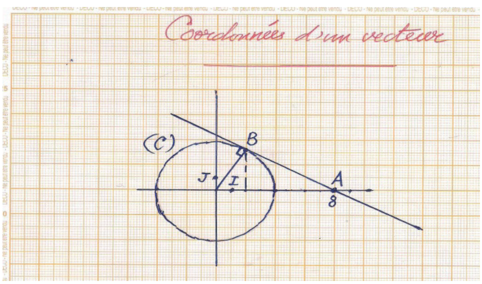
On a : $OB^2=2^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2=4+12=16$, donc OB=4. Ainsi B appartient au cercle (C).

2) On calcule et on trouve les coordonnées des vecteurs de : $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix} 2 \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -6 \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix}$

On a : $2\times(-6)+\left(2\sqrt{3}\right)^2=-12+12=0$, donc les vecteurs $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux.

D'où la droite (AB) est tangente au cercle en B

3)



Exercice 10

On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ et on obtient :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\sqrt{3}-1\\ \sqrt{2}-2\end{pmatrix};\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}\sqrt{3}+1\\ 2+\sqrt{2}\end{pmatrix}$.

On a : $\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)+\left(\sqrt{2}-2\right)\left(\sqrt{2}+2\right)=\left(\sqrt{3}\right)^2-1+\left(\sqrt{2}\right)^2-4=3-1+2-4=0$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux, par conséquent les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.

SITUATION D'EVALUATION

Exercice 1

1) On sait que AGF est un triangle équilatéral inscrit dans le cercle de centre O et de rayon 1.
   On a : A (- 1 ; 0) dans le repère (O ; B ; J)
   AFI est un triangle rectangle en I tel que $AI=\frac{3}{2}$ *et* $mes\,FAI=30°$. On calcule IF en appliquant la définition de $\tan FAI$ et on obtient $IF=AI\times\tan 30^0=\frac{3}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$
   I étant le milieu du côté $[FG]$, on a IG=IF.
   D'après la construction : les points F et G ont la même abscisse $\frac{1}{2}$ et des ordonnées opposées $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\frac{\sqrt{3}}{2}$ dans le repère (O ; B ; J)
   Donc : $F\left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $G\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ dans le repère (O ; B ; J)
2) On vérifie que les sommets A, G et F appartiennent au cercle de centre O et de rayon 1.
   $\bullet OF^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$
   $\bullet OG^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$
   $\bullet OA^2=\left(-1\right)^2+0^2=1$
   Donc les sommets A, G et F sont sur le bord de la table ronde.
   De plus, on a :

$$\bullet AF^2 = \left(\frac{1}{2}+1\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-0\right)^2 = \frac{9}{4}+\frac{3}{4} = 3$$

$$\bullet AG^2 = \left(\frac{1}{2}+1\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}-0\right)^2 = \frac{9}{4}+\frac{3}{4} = 3$$

$$\bullet GF^2 = \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0+3 = 3$$

D'où le triangle AGF est équilatéral

<u>Conclusion</u> : le triangle AGF répond bien aux exigences du client

<u>Exercice 2</u>

1) On calcule et on trouve :
   $AB = 4\sqrt{5}; OC = 2; OD = 6; DL = 2\sqrt{5}; AE = 6; EF = 5; FG = 3\sqrt{13}; GL = \sqrt{13}$
2) **On a :** $l_1 = AB + BC + CO + OD + DL = 4\sqrt{5} + \sqrt{5} + 2 + 6 + 2\sqrt{5} = 8 + 7\sqrt{5}$
3) **On a :** $l_2 = AE + EF + FG + GL = 6 + 5 + 3\sqrt{13} + \sqrt{13} = 11 + 4\sqrt{13}$
4) En prenant **:** $\sqrt{5} = 2,236...et \quad \sqrt{13} = 3,605...$; on a : $l_1 = 23,652...et \quad l_2 = 25,422...$
   Donc l'élève qui emprunte le chemin de longueur l_1 parcourt la petite distance.

11 ÉQUATIONS DE DROITE

RÉSUMÉS DE COURS – EXERCICES DE FIXATION

I. ÉQUATIONS DE DROITES

Propriété

Exercice de fixation

1)

$-2x+5y-4=0$; $x+y=0$; $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}-\frac{1}{5}=0$;

$5y+2=0$; $6x+13=0$.

II. APPARTENANCE D'UN POINT À UN AUTRE

Propriété

Exercice de fixation

1)

$E(1;3)$; $G\left(-\frac{7}{3};-2\right)$; $P(-1;0)$.

III. ÉQUATION RÉDUITE D'UNE DROITE

Définition

Remarques

Exercices de fixation

1)

$y=5x-7$; $y=-\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$.

2) $y=2x+3$; l'ordonnée à l'origine est $y=3$.
$y=x-4$; l'ordonnée à l'origine est $y=-4$.
$y=-\frac{2}{3}x-1$; l'ordonnée à l'origine est $y=-1$.

3) $-x+2y+4=0$; $\rightarrow$ $y=\frac{x}{2}-2$.
$5x+10y+15=0$; $\rightarrow$ $y=-\frac{x}{2}-\frac{3}{2}$.
$7x+14y-2=0$; $\rightarrow$ $y=-\frac{x}{2}+\frac{1}{7}$.

IV. COEFFICIENT DIRECTEUR D'UNE DROITE

Propriété 1

Propriété 2

Exercices de fixation

1)

$\frac{5-a}{b-2}$

2) (AB) : $a = -1$.
(AE) : $a = 2$.
(BE) : $a = \frac{1}{2}$.

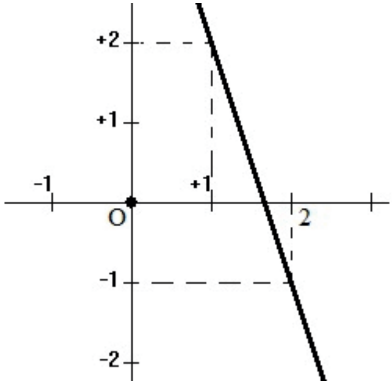
3) (D_1) : $\vec{u}\left(1; \frac{3}{2}\right)$.
(D_2) : $\vec{u}(1; -2)$.
(D_3) : $\vec{u}(1; 2)$.
(D_4) : $\vec{u}(1; 1)$.

V. CONSTRUCTION D'UNE DROITE

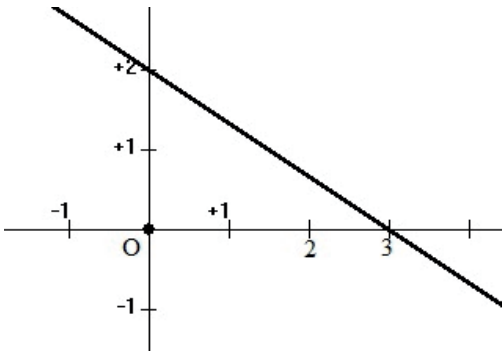
1. Construction d'une droite connaissant une de ses équations.

Exercices de fixation

1)



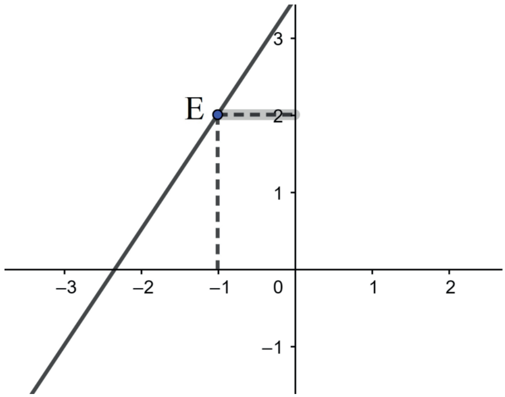
2)



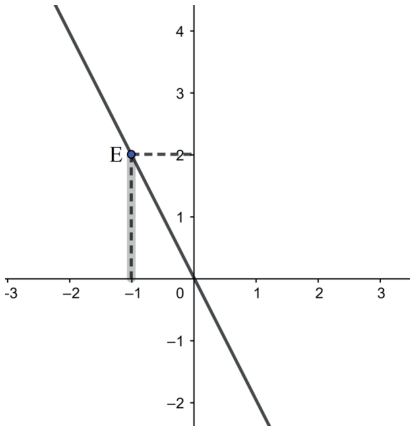
2. Construction d'une droite passant par un point dont on connaît le coefficient directeur.

Exercices de fixation

1)



2)



VI. DÉTERMINATION D'ÉQUATIONS DE DROITES

1. Détermination d'une équation d'une droite passant par deux points dont on connaît les coordonnées.

Exercices de fixation

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2+1\\3-1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$; $dét\left|\overrightarrow{AM};\vec{u}\right| = \begin{vmatrix}x+1 & 3\\y-1 & 2\end{vmatrix}$

$2(x+1)-(y-1)=0$

$2x-3y+5=0.$

2) a) $x+3y-4=0.$

b) $x=2.$

c) $y=-x-1.$

d) $y=\left(\sqrt{2}-1\right)x+3-\sqrt{2}.$

2. Détermination d'une équation d'une droite passant par un point et de vecteur directeur donné.

Exercices de fixation

1) $y = \frac{3}{2}x + b$; $b = 5 - \frac{9}{2}$

$b = \frac{1}{2}$.

$y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$.

2) $y = 3x + b$; $1 = 6 + b$; $b = -5$.

$y = -3x - 5$.

3. Détermination d'une équation d'une droite passant par un point et de coefficient directeur donné.

Exercices de fixation

1) $y = 3x + b$; $b = 1 + 3$; $b = 4$.

$y = 3x + 4$.

2) $y = -2x + b$; $b = 2 + 4$; $b = 6$.

$y = 2x + 6$.

3) $y = \frac{3}{2}x + b$; $b = 2$.

$y = \frac{3}{2}x + 2$.

VII. POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES

1. Droites parallèles

Exercices de fixation

1) $L1 \rightarrow \boxed{Faux}$

$L2 \rightarrow \boxed{Faux}$; ;

$L3 \rightarrow \boxed{Vrai}$

$L4 \rightarrow \boxed{Faux}$.

2) $(D_1)//(D_4)$;

$(D_2)//(D_5)$.

2. Droites perpendiculaires

Exercices de fixation

1) $L1 \rightarrow \boxed{Vrai}$

$L2 \rightarrow \boxed{Faux}$

$L3 \rightarrow \boxed{Faux}$.

2) $(D_1)//(D_5)$

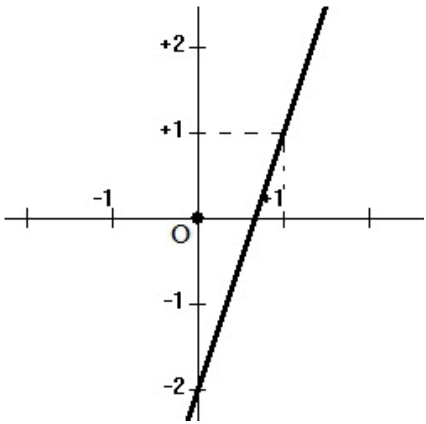
$(D_2)//(D_4)$.

EXERCICES DE RENFORCEMENT / APPROFONDISSEMENT

1) 1. (T) : $y = 5x - 4$.
   2. Si $x = 1$; $y = 5 - 4 = 1$; $A(1;1)$ appartient à (T).
   3. $y = -\frac{1}{5}x + b$; $b = 1 + \frac{1}{5}$; $b = \frac{6}{5}$; $y = -\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}$.
   4. $y = 5x + b$; $y = 5x + 2$.

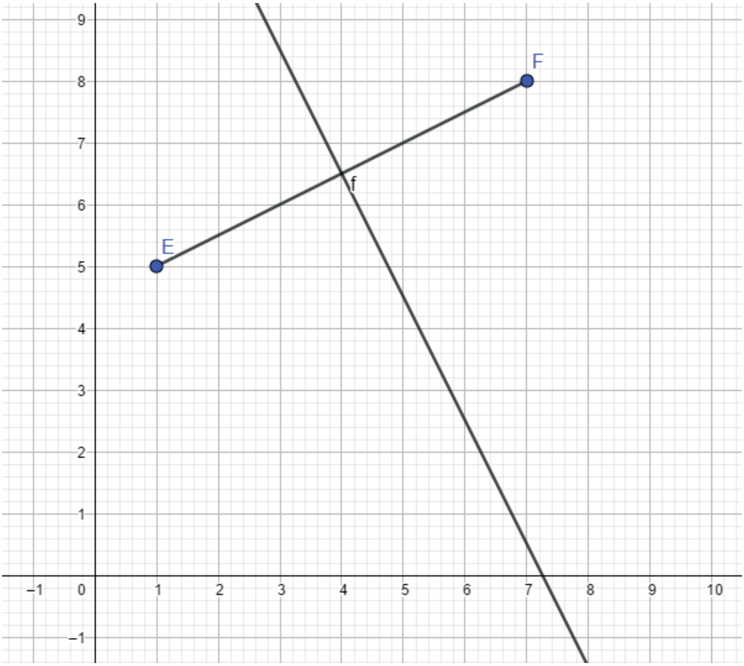
2) 1. $a = \frac{2-1}{4-2} = \frac{1}{2}$.
   2. (AB) : $-x + 2y = 0$; (CE) : $-x + 2y = 1$.
   3. (AB) et (CE) ont le même coefficient directeur de (AB) par parallèle à (CE).

3) 1.



   2. $y = -\frac{1}{3}x + b$.
   $1 = \frac{2}{3} + b$;
   $\frac{1}{3} = b$
   $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.

4) 1.



1. Voir figure
2. voir figure
3. Soit I le milieu de [EF], par calcul, I(4 ; $\frac{13}{2}$)

On a I ∈ (D). $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$ et un vecteur directeur de (D) est $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$

6×2 + 3×-4 = 0, donc $\overrightarrow{EF}$ et $\vec{u}$ sont orthogonaux

(D) passe par le milieu du segment [EF] et est perpendiculaire [EF].

(D) est la médiatrice du segment [EF].

Exercice 5

1. Le coefficient directeur est 5
2. (EH) : y = 5x – 13

Exercice 6

1. (AB) : - x + 7y = 11
   (AC) : -3x + 4y = 6
   (BC) : 5x – y = 13
2. (D_1) : -7x – y = 2
   (D2) : - 4x – 3y = - 12
3. La résolution du système $\begin{cases} -7x - y = 2 \\ -4x - 3y = -12 \end{cases}$ donc Ω$\begin{pmatrix}\frac{-18}{17}\\ \frac{92}{17}\end{pmatrix}$

Exercice 7

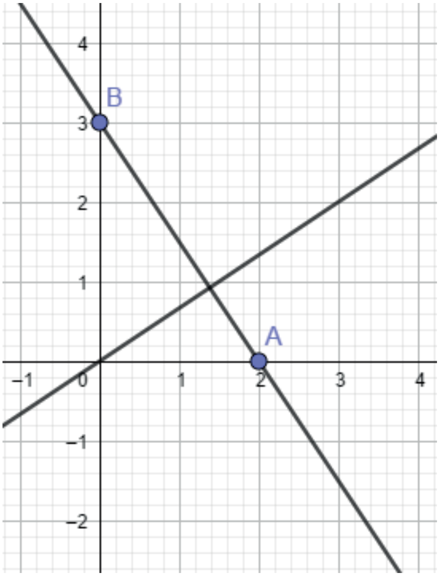
Il suffit de vérifier que : (D_1)//(D_2) , (D3)//(D4) et (D_1)⊥(D_3).

Exercice 8

C'est la perpendiculaire à (AB) passant par B.

On trouve : $y = \frac{3}{2}x - \frac{13}{2}$

Exercice 9



1. Voir figure
2. Il suffit de vérifier que les points A et B appartiennent à la droite d'équation 3x + 2y – 6 = 0.
3. Un vecteur directeur de (D) est $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

a) 3×2 + 2×(-3) = 0, donc (D)⊥(Δ).

b) (Δ) : - 2x + 3y = 0.

Exercice 10

1. 2 × (-1) – 4 + 6 = 0, donc F ∈ (R)
2. On trouve a = 2 ; b = - 6 ; $c = \frac{-6}{5}$
3. Faire une figure
4. (L) : x + 2y = 7

Exercice 11

1. (D_1) : y = x

   (D_2) : y = - x + 3
2. Les coefficient directeur sont 1 et – 1 et $1 \times (-1) = -1$ donc $(D_1) \perp (D_2)$.

Exercice 1

1. Le prix de x timbres en fonction de x est 250x
Le prix de y timbres en fonction de y est 350y
Le prix total de timbre est 250x + 350y
2. 250x + 350y = 1750
Les solutions entières sont (7, 0) et (0 ; 5)

Exercice 2

1. a) On trouve 6
   b) On trouve 20
2. 3x + 10y = 60
3. si x = 0, alors, y = 6 et Si y = 0, alors, x = 20.

12 STATISTIQUE

RÉSUMÉS DE COURS – EXERCICES DE FIXATION

I. EFFECTIFS CUMULÉS CROISSANTS ; FRÉQUENCES CUMULÉES CROISSANTES

Définition

Exercices de fixation

1)

$L1 \rightarrow$ 34

$L2 \rightarrow$ 45

$L3 \rightarrow$ 0,78

$L4 \rightarrow$ 1.

2) a) Tableau des effectifs cumulés croissants
b) Tableau des fréquences cumulées croissantes.

Notes	7	8	9	10	11	12	13	14	15	17
Effectif	3	1	4	3	2	2	4	4	3	1
E.C.C	3	4	8	11	13	15	19	23	25	27
F.C.C	0,11	0,49	0,3	0,40	0,48	0,55	0,70	0,85	0,96	1

3)

Temps	9,9	10,1	10,2	10,3	10,5	10,6	10,8	11,1	11,4	11,8	12,1	12,2	12,5	13,2
Effectif	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1
E.C.C	1	2	3	4	5	6	8	9	10	11	12	13	14	15
F.C.C	0,1	0,13	0,2	0,27	0,33	0,4	0,53	0,6	0,67	0,73	0,8	0,87	0,93	1

4)

Valeurs	9	10	15	20
Effectifs	23	45	23	78
Effectifs cumulés croissants	**23**	**68**	**91**	**169**

II. MÉDIANE D'UNE SÉRIE STATISTIQUE

Définition

Remarques

Exercices de fixation

1) Série 1 : 1 ; 2 ; 5 ; 7 ; 8 ; 30 ; 17 ; 20 ; 25 ;
La médiane est 8.
Série 2 : 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 10 ; 11 ; 15 ; 17
La médiane est 9.

2) 13800 13800 13900 14000 14100 14200 14200 14300
La médiane est 14050

3) La médiane est 155.

4)

Personnes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Durée d'attente (en min)	3	5	10	13	14	18	22	30	22	17	11	8
Effectifs cumulés	3	8	18	31	45	63	85	115	137	154	165	173

La médiane est 8.

III. REGROUPEMENT EN CLASSES DE MÊME AMPLITUDE

1. Regroupement en classes de même amplitude

Remarques

Exercices de fixation

1)

Classes	[145 ;155[	[155 ;165[	[165 ;175[	[175 ;185[
Effectifs	3	9	10	3

2)

[05 ;09[	[09 ;13[	[13 ;17[	[18 ;21[
6	9	10	5

2. Classe modale

Définition

Exercice de fixation

1) La classe modale est [14 ;15[.

3. Moyenne d'une série statistique regroupée en classes
Point Méthode
Exercices de fixation
1) 1. Complétons.

Classes des notes	[0 ;4[	[4 ;8[	[8 ;12[	[12 ;16[	[16 ;20[
Centre de classe	**2**	**6**	**10**	**14**	**18**
Effectif	1	6	7	3	3

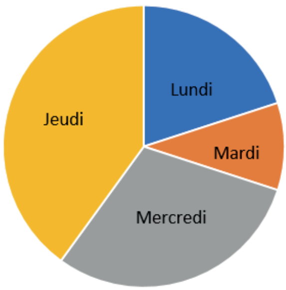
2. $M = \frac{1\times2+6\times6+10\times7+14\times3+3\times18}{20}$
$M = 10{,}2.$

2) $M = \frac{4\times40+6\times32+8\times40+10\times53+12\times52+14\times23}{40+32+40+53+52+23}$
$M = \frac{2148}{240}$
$M = 8{,}95.$
L'âge moyenne est 9 ans.

IV. REPRÉSENTATIONS EN DIAGRAMMES

1. Diagramme circulaire

Exercices de fixation



2. Polygone des effectifs cumulés croissants et détermination graphique de la médiane

Exercices de fixation
1) 1.

Notes	[1 ;3[	[3 ;5[	[5 ;7[	[7 ;9[
Effectifs	25	86	69	20
E.C.C.	**25**	**111**	**180**	**200**

2. $(1;0)$; $(3;25)$; $(5;111)$; $(7;180)$; $(9;200)$.
3. Graphique

La note médiane est 4,7.

EXERCICES DE RENFORCEMENT / APPROFONDISSEMENT

1) $L1 \rightarrow \boxed{Vrai}$
   $L2 \rightarrow \boxed{Vrai}$
   $L3 \rightarrow \boxed{Vrai}$
   $L4 \rightarrow \boxed{Vrai}$.

2) $L1 \rightarrow 2 \ \boxed{X}$
   $L2 \rightarrow 4 \ \boxed{X}$
   $L3 \rightarrow 13 \ \boxed{X}$
   $L4 \rightarrow a\ pour\ médiane\ 13 \ \boxed{X}$
   $L5 \rightarrow a\ pour\ classe\ modale\ [5; 10[\ \boxed{X}$

3) 1. $M = 11{,}45$.
   2.

Notes	7	8	10	11	13	15	17
Effectifs	4	7	5	3	8	3	5
E.C.C.	4	11	16	19	27	30	35

   3. La médiane est la 17ème valeur.
      La médiane est 11.

4) 1.

Longueurs en m	[5 ;7[	[7 ;9[	[9 ;11[	[11 ;13	[13 ;15[
Effectifs	8	13	7	5	3
	8	**21**	**28**	**33**	**36**

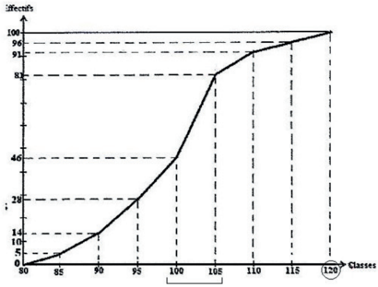
   La classe modale est [7 ;9[.
   2. La médiane appartient à [7 ;9[..
   3. La médiane est 8,5.

5) 1.

Temps en min	[0 ;30[	[30 ;60[	[60 ;90[	[90 ;120[	[120 ;150[
Effectifs	19	10	24	27	20
E.C.C.	**19**	**26**	**53**	**80**	**100**

2. La médiane est 86.

6)



7) a)

Taille (cm)	[140 ;150[	[150 ;160[	[160 ;170[	[170 ;180[	[180 ;190[
Effectif	14	27	45	22	8
E.C.C.	**14**	**41**	**86**	**108**	**116**

b) $M = \dfrac{145\times14+155\times27+165\times45+175\times22+185\times8}{116}$.

c) Utiliser les points :
$(140;0)$; $(150;14)$; $(160;41)$; $(170;86)$; $(180;108)$; $(190;116)$.

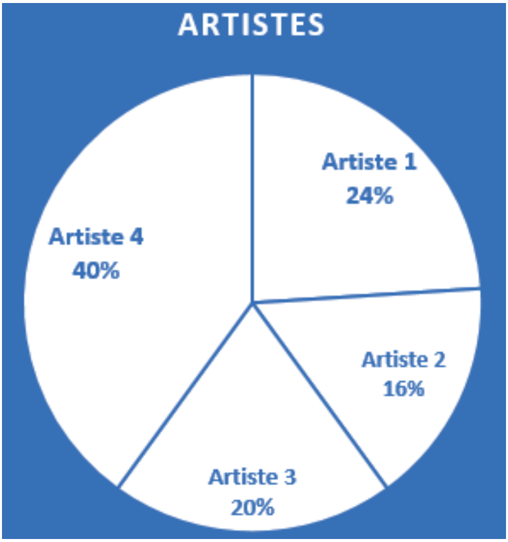
d) La médiane est 164.

8) 1. L'artiste 4.

2. Tableau des effectifs

Artistes	Artiste1	Artiste2	Artiste3	Artiste 4
Fréquences en %	24	16	20	40
Effectifs	**12**	**8**	**10**	**20**

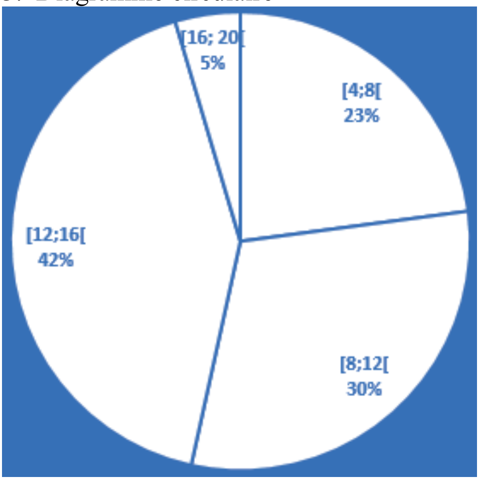
3. Diagramme circulaire.



9) 1. La classe modale est [12 ;16[.

2. $M = \frac{6\times6+10\times8+14\times11+18\times5}{30}$. On trouve 12

3. Diagramme circulaire



10)

1. $M = \dfrac{Somme\ de\ tous\ nombres}{32}$
2. a) Tableau

Classe de pulsations par minute	[52 ;56[	[56 ;60[	[60 ;64[	[64 ;68[
Effectif	4	9	14	5
Fréquences en (%)	12,5	28,125	43,75	15,625
Fréquences cumulées croissantes (%)	12,5	40,625	84,375	100

b) $M = \dfrac{54\times4+58\times9+62\times14+66\times5}{32}$

c) 4 + 9 soit 13 athlètes.

\+ d) 9 + 14 + 5 = 28 athlètes.

SITUATION D'ÉVALUATION

1) 1. $M = \dfrac{11\times40+13\times32+15\times40+17\times53+19\times52+21\times23}{40+32+40+53+52+23} = 15{,}95.\ M = 16\ ans.$

2. Voir tableau

Classes	[10 ;12[	[12 ;14[	[14 ;16[	[16 ;18[	[18 ;20[	[20 ;21[
Effectif	14	27	45	22	8	23
E.C.C.	**40**	**72**	**112**	**165**	**217**	**240**

L'âge médian est de 16 ans.

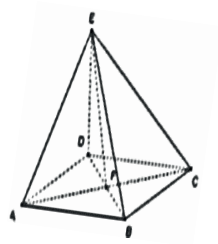
3. a) L'âge médian est égal à l'âge moyen.
   La population peut être considérée très jeune.
   b) Le village peut bien bénéficier du dispensaire.

13 PYRAMIDES ET CÔNES

Exercices de fixation

I- Pyramides, Pyramides régulières

Définition-présentation des pyramides



Exercice 1

La figure ci-contreest une pyramide régulière EABCD.
Réponds par vrai (V) ou par faux (F) à chacune des affirmations suivantes :

N°	Affirmations	Réponses
1	D est le sommet de la pyramide.	F
2	La base de cette pyramide est le carré ABCD.	V
3	$[AD]$ est une arête latérale.	F
4	$[EF]$ est la hauteur de la pyramide.	V
5	EBC est un triangle équilatéral.	F
6	Les segments [EB] et [ED] ont la même longueur.	V
7	F est le centre de la base ABCD.	V

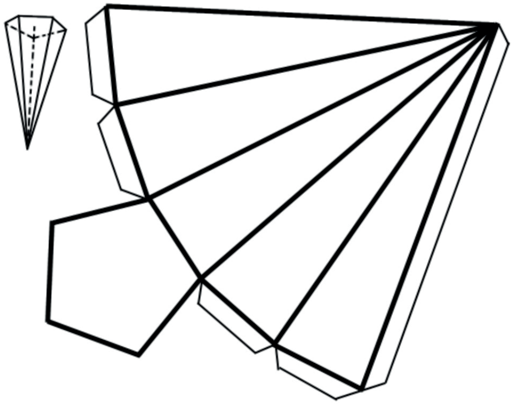
Exercice 2
Les pyramides régulières sont : figure 2 (base carrée), figure 3 (base triangle équilatéral) et figure 4 (base losange)

Exercice 3
1- Les sommets de la base sont : A, B, C et D (pyramide à base carrée)
2- Les arêtes de la pyramide sont : [EB], [EA],[EC],[ED], [AB], [BC], [CD], [AD].
3- Donnons la hauteur de la pyramide : [EI] est la hauteur de cette pyramide.
4- Description de la base de la pyramide : La pyramide EABCD a pour base le carré ABCD tel que AB = BC = CD = AD et de centre I étant le point de concours des diagonales [AC] et [BD]. C'est une pyramide régulière.

1. 3 Patron d'une pyramide

Exercice 1
Rappel :On dit qu'une pyramide est régulière lorsque : Sa base est un polygone régulier (polygone inscriptible dans un cercle et dont tous les côtés ont la même longueur). Ses faces latérales sont de triangles isocèles.
Les pyramides régulières sont : figure 2 (base carrée), et figure 4 (base triangle équilatéral)

Exercice 2



Exercice 3

Voici le patron en esquisse

1 .4 Aires d'une pyramide régulière

Exercice 1

La bonne réponse à entourer dans chaque cas est :

1- 8a cm²
2- 1,5a² cm²

Exercice 2

Note : préciser que l'unité de longueur est le centimètre

1- Calculons l'aire latérale de cette pyramide

Aire latérale = (Périmètre de la base × apothème)/ 2 = [(12 × 3) ×8]/ 2 = 144 cm²

2- Calculons l'aire totale sachant que la hauteur de la base vaut $6\sqrt{3}$ cm

On a : Aire totale = Aire latérale + Aire de la base avec :

Aire de base = (AB × HC)/2 = $(12 \times 6\sqrt{3})/2 = 36\sqrt{3}$ cm²

Ainsi Aire totale = $144 + 36\sqrt{3} \approx 206{,}35$ cm²

Exercice 3

Calculons le périmètre de la base sachant que l'aire latérale vaut 40 cm²

On sait que : Aire latérale = (Périmètre de la base × apothème)/ 2.

D’où Périmètre de la base = (2 C Aire latérale)/ apothème = $(2 \times 40)/5 = 16$ cm

1. 5 Volume d’une pyramide régulière

Exercice 1

Rappel : V = (aire de la base × hauteur) /3

La bonne réponse à entourer est : V = 15 cm^3

Exercice 2

Calculons le volume de la pyramide sachant que EF = 12 cm et que la hauteur de triangle EFG mesure $6\sqrt{3}$ cm.

V = (aire de la base × hauteur) /3 avec aire de la base = $12 \times 6\sqrt{3} = 72\sqrt{3}$ cm².

Alors V = $(72\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}) / 3 = 216$ cm^3.

II- Cône de révolution

1) Définitions-présentation du cône de révolution

Exercice 1

1- Rotation
2- rayon
3- génératrice
4- hauteur

Exercice 2

Le cône de révolution est la figure 2

Exercice 3

1- Identifions la base du cône : La base du cône est le cercle de centre L et de rayon [AL]
2- Identifions la hauteur du cône : [OL] correspond à la hauteur du cône ou-bien la distance OL
3- Identifions l’axe de rotation du cône et une génératrice du cône :

L’axe de rotation du cône est la droite (OL) et une génératrice du cône est le côté [OA].

2) Patron d’un cône de révolution

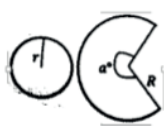
Exercice 1

Dans le sens contraire des aiguille d’une montre on a : Rayon, disque de base, face latérale, sommet génératrice

Exercice 2

Rappel :

On a : R= génératrice ; r = rayon de la base et $a°$= l’angle de développement.
Si P désigne le périmètre de la base circulaire et L la longueur de l’arc de rayon r.
Alors : $P = 2\pi r$ implique que $P = 360° \times r$ et $L = a° \times R$.
P = L équivaut à : $360° \times r = a° \times R$.
Donc $r = \frac{a° \times R}{360}$



Pour la savoir il faut vérifier le rayon du cercle : on a r = (90° $\times$ 4)/ 360° = 1 or r = 2 donc la réponse correcte est FAUX

3) Aires d'un cône de révolution

Exercice 1
Calculons l'aire latérale de ce cône de révolution.
Aire latérale = (Périmètre de la base $\times$ génératrice)/ 2 = (18,84$\times$ 5)/ 2 = 47,1 cm²

Exercice 2

1- Calculons son aire latérale :

Aire latérale = (Périmètre de la base $\times$ génératrice)/ 2 avec P = $2\times r\times\pi \approx 2\times 4\times 3 \approx 24$ cm
Sa génératrice se calcule par la propriété de Pythagore, on a : a = $\sqrt{8^2+4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$cm
Par suite : Aire latérale = $(24\times 4\sqrt{5})/2 = 96\sqrt{5} \approx 107{,}33$ cm²

2- Calculons son aire totale

Aire totale = Aire latérale + Aire de la base avec :
Aire de base = $r^2\times\pi = 4^2\times\pi = 16\pi \approx 16\times 3 \approx 48$ cm²
Ainsi Aire totale = 107,33 + 48 ≈ 155,33 cm²

4) Volume d'un cône de révolution

Exercice 1
La réponse correcte à entourer est :

1- $\frac{1}{3}r^2\pi h$
2- 50π cm^3

Exercice 2

- Calculons la hauteur de ce cône

A l'aide la propriété de Pythagore on a : $h = \sqrt{10^2-6^2} = \sqrt{64} = 8\ cm$

- Calculons le volume de ce cône

3- On sait que : $\frac{1}{3}r^2\pi h$
4- $V = \frac{1}{3}r^2\pi h$ alors $V = \frac{1}{3}6^2\pi\times 8 = 96\,\pi$ cm$^3 \approx 96\times 3{,}14 \approx 301{,}44$ cm^3

III- Sections planes

Section d'une pyramide régulière par un plan

Exercice
1. La réponse à entourer est : une réduction de la base.
2. Triangle équilatérale

Propriétés de réduction

Exercice 1
Le ou les quotients correspondant au coefficient de réduction sont : b) et d)

Exercice 2
La section plane de la pyramide avec un coefficient de réduction k entraine une pyramide réduite dont l'aire est k²Aire de la grande pyramide ;
L'aire latérale du tronc = Aire latérale de la grande pyramide - Aire latérale de la pyramide réduite avec :
Aire latérale de la pyramide réduite = k²Aire latérale de la grande pyramide = $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 144 = 64\ cm^2$
Par suite : L'aire latérale du tronc = 144 – 64 = 80 cm²

Exercice 3
Le volume du tronc = Volume de la grande pyramide - Volume de la pyramide réduite avec :
Volume de la pyramide réduite = k^3Volume de la grande pyramide
Et Volume de la grande pyramide = $\left(\frac{1}{k}\right)^3$ Volume de la pyramide réduite
Volume de la grande pyramide = $(3)^3 \times 1 = 27$ cm^3
Par suite : Volume du tronc = 27 – 1 = 26 cm^3

3. 2 Section d'un cône de révolution par un plan

Exercice
La réponse correcte à entourer est : disque

Propriétés de réduction

Exercice 1
Le ou les coefficients de réduction corrects sont : a) et c)

Exercice 2
Le volume du tronc = Volume du grand cône - Volume du cône réduit avec :
Volume du cône réduit = k^3Volume du grand cône = $\frac{8}{27} \times 4050\pi = 1200\ \pi$ cm^3
Par suite : Volume du tronc = 4050π - 1200 π = 2850 π cm^3

Exercices de renforcement/ approfondissement

Exercice 1
1- Démontrons que la hauteur de la pyramide mesure $\sqrt{14}$
On sait que la hauteur est la distance du sommet de la pyramide au centre I de sa base. La pyramide ayant pour base le carré ABCD, Le centre est à l'intersection des diagonales [AC] et [BD]
En appliquant la propriété de Pythagore au triangle ABC on a : $AB^2 + BC^2 = AC^2 = 2^2 + 2^2 = 8$
Et $AC = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ et AI = $\frac{1}{2}AC = \sqrt{2}$
Par suite, en appliquant la propriété de Pythagore au triangle SAI on a :
$h^2 = SB^2 - \left(\frac{1}{2}AC\right)^2 = 4^2 - (\sqrt{2})^2 = 16 - 2 = 14$
Alors $h = \sqrt{14}$
2- Calculons le volume de la pyramide SABCD
On a :V = (aire de la base × hauteur) /3 avec aire de la base = AB² = 2² = 4 cm²
Par suite : V = $(4 \times \sqrt{14})/ 3 \approx 4{,}99\ cm^3$

Exercice 2

1- Démontrons que le triangle OUT est équilatéral

Le triangle OUT est tel que les points U et T sont des sommets de l'hexagone régulier. Ainsi, l'hexagone régulier est inscriptible dans un cercle de centre O et de rayon r = OT = OU.
Le triangle OUT est dit isocèle en O.
De plus l'angle au centre $\widehat{TOU}$ a pour mesure $a° = \frac{360°}{6} = 60°$ puisque l'hexagone régulier possède 6 côtés d'égales longueurs.
Alors le triangle isocèle OUT en O possédant un angle au sommet mesurant 60° est équilatéral tel que OU = UT = OT.

2- Dessinons en vraie grandeur la base de la pyramide

3- a- Calculons l'aire de la base hexagonale

L'hexagone se décompose en 6 triangles équilatéraux. D'où son aire équivaut à 6 fois l'aire d'un seul triangle équilatéral.
Note : La hauteur d'un triangle équilatéral de côté a vaut h = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
On a : Aire OUT = $\frac{b\times h}{2} = \frac{OU\times TI}{2}$tel que I est le milieu de [OU] et d'après la propriété de Pythagore appliquée au triangle rectangle OIT en I, $TI = \sqrt{OU^2 - OI^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
Soit : Aire OUT = $\frac{4\times 2\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$ cm²
Ainsi, l'aire de la base hexagonale vaut : $6\times 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3}\ cm^2 \approx 41{,}57 cm^2$

b – Volume de cette pyramide

$$V = \frac{1}{3}B\times h = V = \frac{1}{3}\times 24\sqrt{3}\times 6 = 48\sqrt{3}cm^3 \approx 83{,}14\ cm^3$$

Exercice 3

1- a- Calculons le volume de la pyramide SABCD

V = (aire de la base × hauteur) /3 avec aire de la base = AB² = 6² = 36 cm²
et h = SO = SO'+OO'= 6 + 2 = 8 cm
Par suite : V = (36× 8) /3 = 96 cm³

b – Déduisons le volume du couvercle

Le couvercle étant une pyramide réduite, on a :
Volume de la pyramide réduite = k³Volume de la grande pyramide avec le coefficient de réduction k = $\frac{SO\prime}{SO} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
Volume du couvercle = $(\frac{1}{4})^3\times 96 = \frac{1}{64}\times 96 = 1{,}5$ cm³

2- Quantité de parfum en cl que ce flacon peut contenir

On sait que : 1 cm³ = 1 ml = 0,1 cl
Or la contenance du parfum correspond au volume du tronc de la pyramide
Alors : Volume du tronc = Volume total – volume de la pyramide réduite = 96 – 1,5 = 94,5 cm³
Par suite après conversion on obtient La contenance de parfum qui vaut 9, 45 cl

3- La contenance de parfum du grand modèle

Volume du tronc agrandi = $(K)^3$Volume de la pyramide réduite avec K le coefficient d'agrandissement.
On a : Volume du grand modèle = $(3)^3\times$ 94,5 = 2551,5 cm³ . Soit en cl, V = 255,15 cl

Exercice 4

1- Oui, cette pyramide est régulière car sa base est un carré. En plus ses faces latérales sont des triangles isocèles.
2- Sa base est le carré ABCD
3- Un segment de même longueur que la hauteur de la pyramide : On peut citer : [AE], [BF], [CG], [DH], [EF], [FG], [GH],[HE] etc.

Exercice 6

1- Réalisons une pyramide régulière SABCD dont la base est un carré avec AB = 5 cm et SA = 4 cm

2- Réalisons en grandeur réelle une pyramide régulière SABCD dont la base est un carré avec AB = 4 cm et SO = 6 cm

Exercice 7

1- Toutes les arrêtes ayant pour extrémité le point S sont : [SA], [SB],[SC],[SD],[SE],[SF],[SG],[SH]
2- Toutes les arêtes parallèles à l'arête [DC] sont : [AB], et du point de vue de l'espace on a : [HG], [EH],[EF],[FG]
3- Toutes les faces dont l'arête [SB] est un côté sont : SAB, SBC
4- Toutes les faces qui contiennent le sommet S sont : SAB, SBC, SCD, SAD, SEF, SFG, SGH, SEH
5- Précisons les noms : La pyramide réduite se nomme SEFGH et le tronc se nomme EFGHDABC

Exercice 8

1- Faux, 2- Vrai, 3- Faux, 4- Faux, 5- Faux

Exercice 9

1- Justifions que IJ = 2 cm

L'échelle de réduction k = $\frac{IJ}{AB} = \frac{1}{2}$. D'où IJ = $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\times 4 = 2\ cm$.

2- Calculons la hauteur SO.

En appliquant la propriété de Pythagore dans le triangle rectangle SOH rectangle en O avec O le centre du carré on obtient :

SO = $\sqrt{SH^2 - HO^2}$ avec HO =$\boldsymbol{\frac{1}{2}BC = 2cm}$

$SO = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - 2^2} = \sqrt{40-4} = \sqrt{36} = 6$ cm

NB : On pouvait passait par le procédé habituel en utilisant la demi-diagonale avec par exemple le triangle rectangle SOA en O.

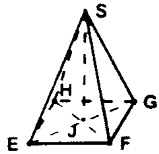
3- Déterminons l'aire latérale du tronc de la pyramide

Aire du tronc = Aire latérale de la grande pyramide – aire latérale de la pyramide réduite

- Aire latérale de la grande pyramide = $\boldsymbol{A = \frac{P\times a}{2}} = \frac{\boldsymbol{4\times 4}\times 2\sqrt{10}}{\boldsymbol{2}} = 16\sqrt{10} \approx 50{,}60\ cm^2$
- Aire latérale de la pyramide réduite = $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 16\sqrt{10} = 4\sqrt{10} \approx 12{,}65\ cm^2$
- Aire latérale du tronc = $16\sqrt{10} - 4\sqrt{10} = 12\sqrt{10} \approx 37{,}94\ cm^2$

Exercice 10

1- Calculons la quantité de vernis nécessaire pour recouvrir cette surface



Il s'agit de calculer la surface totale à vernir
On a : Surface = surface latérale + surface de la base
Surface latérale :
Apothème a = SI avec I milieu de EF. On a :
SI = $a = \sqrt{SE^2 - EI^2} = \sqrt{8^2 - (\frac{3}{2})^2} = \sqrt{64 - \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{247}{4}} = \frac{\sqrt{247}}{2} \approx 7{,}86\ cm$

$$Aire\ lat = \frac{P\times a}{2} = \frac{4c\times a}{2} = 2c\times a = 2\times 4\times \frac{\sqrt{247}}{2} = 4\sqrt{247} \approx 62{,}86\ cm^2$$

2- Volume d'eau maximal que peut contenir le réservoir
$V = \frac{1}{3}B\times h$ avec $B = aire\ du\ carré = c^2 = 4^2 = 16\ cm^2$ et à l'aide de la propriété de Pythagore : $h = \sqrt{SE^2 - EJ^2}$ or

EJ = $\frac{1}{2}EG = \frac{1}{2}\left(\sqrt{EF^2 + FG^2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2EF^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2\times 3^2} = \frac{1}{2}\sqrt{18} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

Alors $h = \sqrt{8^2 - (\frac{3\sqrt{2}}{2})^2} = \sqrt{\frac{119}{2}} \approx 7{,}71\ cm$

Par suite : $V = \frac{1}{3}\times 16\times\sqrt{\frac{119}{2}} = \frac{16}{3}\sqrt{\frac{119}{2}} \approx 41{,}14\ cm^3$

3- Patron de la pyramide à réaliser par le fils de M. Sokro

Exercice 11

1- Justifions que EJ = $2\sqrt{2}$

EJ est la moitié de la diagonale EG tel que d'après la propriété de Pythagore dans le triangle EFG on a : EJ = $\frac{1}{2}EG = \frac{1}{2}\left(\sqrt{EF^2 + FG^2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2EF^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2\times 4^2} = \frac{1}{2}\sqrt{32}$

$$EJ = \frac{1}{2}\sqrt{16\times 2} = \frac{1}{2}\times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

2- Justifions que la hauteur de la pyramide SEFGH est égale à 8.

La hauteur correspondante à SJ, en appliquant la propriété de Pythagore dans le triangle SEJ on obtient : $SJ = \sqrt{SE^2 - EJ^2} = \sqrt{\left(6\sqrt{2}\right)^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{72 - 8} = \sqrt{64} = 8\ cm$

3- a- Justifie que la longueur de l'apothème est égale à $2\sqrt{17}$.

En appliquant la propriété de Pythagore dans le triangle SEI rectangle en I tel que I soit le milieu de [EF] on obtient :

SI = $a = \sqrt{SE^2 - EI^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - 2^2} = \sqrt{72-4} = \sqrt{68} = \sqrt{4\times17} = 2\sqrt{17}$

b - Déduis l'aire latérale de cette pyramide.

Puisque la base est un carré alors Périmètre P = 4c et a l'apothème.

$$\boldsymbol{Aire\ lat = \frac{P\times a}{2} = \frac{4c\times a}{2} = 2c\times a = 2\times4\times}2\sqrt{17}\ \boldsymbol{= 16\sqrt{17} \approx 65,97\ cm^2}$$

4- Calculons le volume V de cette pyramide

$V = \frac{1}{3}B\times h \text{avec} B = aire\ du\ carré = c^2 = 4^2 = 16\ cm^2$

Par suite : $V = \frac{1}{3}\times16\times8 = \frac{128}{3} \approx 42{,}66\ cm^3$

Exercice 12

On utilise les relations : (1) $\boldsymbol{r = \frac{a°\times l}{360°}}$ **(2)** $\boldsymbol{a° = \frac{360°\times r}{l}}$ **(3)** $\boldsymbol{l = \frac{360°\times r}{a°}}$ **on obtient :**

L	6	18	**36**
R	**0,66**	3	6
$a°$	40	**60**	60

Exercice 13

En appliquant les formules : (1) B = $r^2\pi = r^2\frac{22}{7}$; (2) r = $\sqrt{\frac{B}{\pi}} = \sqrt{\frac{22\times B}{7}}$ (3) v = $V = \frac{1}{3}B\times h$ et (4) $h = \frac{3\times v}{B}$ on trouve les valeurs manquantes du tableau :

H	**72**	**2,722**	**4,2**
R	**49**	**8,764**	**1,4**
B	**7546**	**24,44**	**6,16**
V	**181104**	**22,176**	**8,624**

Exercice 14

1- Déterminons le rayon du cercle de base et terminons la construction

On utilise la relation : $\boldsymbol{r = \frac{a°\times R}{360} = \frac{120°\times6}{360°}}$ **= 2 cm**

Construction du patron du cône

2- a)Justifions que la hauteur du cône de révolution est égale à $4\sqrt{2}$ cm.

En appliquant la propriété de Pythagore on a :

h = $\sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{36-4} = \sqrt{32} = \sqrt{16\times2}$ = $4\sqrt{2}$cm

a- Construis ce cône de révolution.

3- a) Justifie que l'aire latérale de ce cône est égale à $12\pi\ cm^2$. (a = R)

$$\boldsymbol{A = \frac{P\times a}{2} = \frac{2\pi r\times R}{2} = \pi r\times SA = 2\times\pi\times6 = 12\pi \approx 37,70\ cm^2}$$

b) Calcule l'aire totale de ce cône, en fonction de $\boldsymbol{\pi}$.

Aire totale = Aire latérale + aire de la base avec aire de base = B = r²$\boldsymbol{\pi = 2^2\pi = 4\pi\ cm^2}$

Par suite : Aire totale = $\boldsymbol{12\pi + 4\pi = 16\pi\ cm^2}$

4- Calcule le volume de ce cône. (On prendra $\pi = 3{,}1$).

$V = \frac{1}{3}B\times h$avec $B = r^2\times\pi$.
Soit $= \frac{1}{3}\times\boldsymbol{4\pi}\times 4\sqrt{2} = \frac{\boldsymbol{16\pi\sqrt{2}}}{3} = \frac{16\times\boldsymbol{3{,}1}\times\sqrt{\mathbf{2}}}{3} \Rightarrow V \approx 23{,}38\ cm^3$

Exercice 15

1- Démontrons que la base du cône a pour rayon 4 cm

On sait que IA est le rayon de la base du cône. En appliquant la propriété de Pythagore dans le triangle SIA rectangle en I, on a :

On a : r = IA = $\sqrt{SA^2 - SI^2} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{64 - 48} = \sqrt{16} = 4$ cm

2- Calculons :

a- Le volume de ce cône

$V = \frac{1}{3}B\times h$avec $B = r^2\times\pi$. Soit $= \frac{1}{3}\times 4^2\times 3\times 8 \Rightarrow V \approx 128\ cm^3$

b- L'aire latérale de ce cône

$$\boldsymbol{A = \frac{P\times a}{2} = \frac{2\pi r\times SA}{2} = \pi r\times SA = 4\times 3\times 8 \approx 96\ cm^2}$$

Exercice 16

3- Calculons l'aire du tissu utilisé pour la fabrication de ce chapeau

Il s'agit de calculer la surface totale du disque ; S = r² π = 12² π = 144×3 $\approx 452\ cm^2$

4- Démontrons que la base du chapeau a pour rayon 9 cm

On utilise la relation : $\boldsymbol{r = \frac{a°\times R}{360} = = \frac{(360°-90°)\times 12}{360°} = \frac{270°\times 12}{360°}}$ **= 9 cm**

5- Calculons :

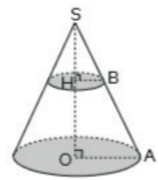
a- La hauteur du chapeau.

Dans notre cas, d'après la propriété de Pythagore $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{12^2 - 9^2} = \sqrt{63}$ cm

b- Le volume du chapeau

$V = \frac{1}{3}B\times h$avec $B = r^2\times\pi$. Soit $= \frac{1}{3}\times 9^2\times 3\times\sqrt{63} \Rightarrow V \approx 642{,}91\ cm^3$

Exercice 17



1- a - Calculons le rapport de réduction.

On a : $k = \frac{SH}{SO} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b - Déduisons-en le rayon de la base du grand cône.

$OA = R = \frac{1}{k}\times r$. Alors $R = 3\times HB = 3\times 1{,}5 = 4{,}5\ cm$

2- Calculons la longueur d'une génératrice du cône grand cône.

En appliquant la propriété de Pythagore dans le triangle SOA rectangle en O dont SA est l'hypoténuse, on obtient :

$$SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{6^2 + 4{,}5^2} = \sqrt{56{,}25} = 7{,}5\ cm$$

3- Déduisons-en la longueur d'une génératrice du cône réduit

$SB = a' = k\times a$, avec a = SA. Alors $SB = \frac{1}{3}\times SA = \frac{1}{3}\times 7{,}5 = 2{,}5\ cm$

Exercice 18

1- Volume du cône :

On a :$V = \frac{1}{3}B \times h$avec $B = R^2 \times \pi$. Soit $= \frac{1}{3} \times (4{,}5)^2 \times 3{,}14 \times 18 \Rightarrow V \approx 381{,}51 cm^3$.

2- a- Désignons par : V le volume total de sirop, V_b le volume de sirop bu par Madame Mahie et $V_r$le volume de sirop restant.

On a : $\frac{V_r}{V}$=k^3or $k = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$. Soit : $V_r = V \times k^3 \Rightarrow V_r = 381{,}51 \times (\frac{1}{2})^3 = 47{,}69 cm^3$

b – Calculons le volume de sirop bu par madame Mahi.

$$V_b = V \times V_r \Rightarrow V_b = 381{,}51 - 47{,}69 = 333{,}82\ cm^3$$

Exercice 19

1- a - Calculonsle rayon de la base du cône

On a : $r = OC$ et En appliquant la propriété de Pythagore dans le triangle rectangle AOC eo obtient : :$r = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8\ cm$

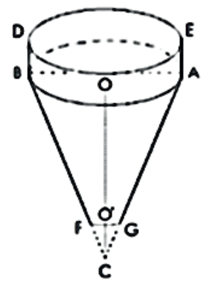
2- a. Calculons l'aire de la base de ce cône.

$B = r^2\pi = 8^2\pi = 64\pi$ cm²

b. Calculons le volume du cône

$V = \frac{1}{3}B \times h = V = \frac{1}{3}64\pi \times 6 = 128\pi$ cm^3

Exercice 20



1- a- Calculons la contenance du cône de révolution ABC en cm^3 sous la forme kπ.

On a : $V = \frac{1}{3}B \times h$

Avec $B = r^2\pi = 5^2\pi = 25\pi$ cm²

et$h = OC = \sqrt{AC^2 - OA^2} = \sqrt{20^2 - 5^2} = \sqrt{375} = 5\sqrt{15}\ cm$

Par suite : $V = \frac{1}{3}25\pi \times 5\sqrt{15} = \frac{125\sqrt{15}\pi}{3}$cm^3 . Soit environ $V \approx 161{,}37\pi\ cm^3$

b - Calcule la contenance du cône de révolution FGC en cm^3 sous la forme kπ.

Soit : V' le volume ou contenance de FGC.

On a : CG = AC – AG = 20 – 15 = 5 cm

Le coefficient de réduction est alors : $k = \frac{CG}{AC} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

Par suite : $V' = k^3V = (\frac{1}{4})^3 \times \frac{125\sqrt{15}\pi}{3} = \frac{125\sqrt{15}\pi}{192}$ cm^3.

Soit $V' \approx 2{,}52\pi\ cm^3$

2- Calcule la contenance du cylindre en cm^3sous la forme kπ.

Le volume du cylindre est : $V_c = B \times h = r_c^2 \times \pi \times h = OA^2 \times \pi \times AE$

Soit $V_c = 5^2 \times \pi \times 4 = 100\pi cm^3$

3- Calcule la contenance totale du pluviomètre en cm^3 sous la forme kπ puis donne sa valeur exacte en dm^3 au centième près.

La contenance totale du pluviomètre est : $V_T = V + V_c$
Soit $V_T = \frac{125\sqrt{15}\pi}{3} + 100\pi\ cm^3$.
Environ : $V_T \approx 261{,}37\pi\ cm^3 \approx 821{,}12\ cm^3$

Sa valeur exacte en dm^3 est :$V_T \approx 0{,}82112\ dm^3$

4- Dis si l'on peut verser dans ce pluviomètre 1 litre d'eau. Justifie la réponse
On sait que 1 $dm^3 = 1L$ or $V_T \approx 0{,}82112\ dm^3$ est inférieur à 1 $dm^3\ ou\ 1L$
Donc on ne peut pas verser 1L d'eau dans ce pluviomètre au risque de déborder et de gaspiller l'eau.

Situations d'évaluation

Exercice 1

1- Patron de la pyramide

2- Calculons l'apothème puis l'aire latérale du caveau
Soit a cet apothème.
Les faces latérales du caveau sont des triangles isocèles. L'apothème correspond à la hauteur d'une face latérale. On a : D'après la propriété de Pythagore,

$$a = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8\ cm$$

L'aire latérale est : Aire latérale = (Périmètre de la base × apothème)/2
Périmètre du carré = 4 c = 12 × 4 = 48 cm
Aire latérale du caveau = (48 ×8)/2 = 192 cm²

3- Le cout du devis
Soit C_T le cout total du devis, C_C le cout du carreau et C_V le cout du verre. On a :
$C_T = C_C + C_V = 5000 \times 12^2 + 6000 \times 192 = 1\,872\,000\ frs$

Exercice 2

1- Justifions que SO' = $\frac{rh}{R-r}$ avec h = OO', R le rayon du cercle de base et r le rayon du cercle réduit

En utilisant le coefficient de réduction k on a les relations suivantes :
$k = \frac{r}{R} = \frac{SO'}{SO}$ avec SO = SO' + OO' = $SO' + h$ car OO' = h.
Par suite : $\frac{r}{R} = \frac{SO'}{SO'+h}$ équivaut à $R \times SO' = r(SO' + h)$

$$SO'(R - r) = rh$$

D'où SO' = $\frac{rh}{R-r}$

2- Développons et réduisons l'expression (R – r)(R² +rR + r²)
On obtient : $(R - r)(R^2 + rR + r^2) = R^3 + rR^2 + r^2R - rR^2 - r^2R - r^3 = R^3 - r^3$

3- Démontrons que le volume du récipient peut s'écrire $\frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + rR)$

Le récipient utilisé est un tronc de cône : V = V total – V réduit

On a : $V\ total = \frac{1}{3}B \times H$ avec B = $R^2\pi$ et H = SO = h + $\frac{rh}{R-r}$ = h(R – r + r)/(R-r) = $\frac{hR}{R-r}$

Par suite : $V = \frac{1}{3} \times (R^2\pi)\left(\frac{hR}{R-r}\right) = \frac{\pi h}{3}(\frac{R^3}{R-r})$ et V réduit = $k^3 V\ total = (\frac{r}{R})^3\ V\ total$

V = $\frac{\pi h}{3}(\frac{R^3}{R-r}) - (\frac{r}{R})^3 \frac{\pi h}{3}\left(\frac{R^3}{R-r}\right) = \frac{\pi h}{3}\left(\frac{R^3}{R-r}\right) - \frac{\pi h}{3}\left(\frac{r^3}{R-r}\right) = \frac{\pi h}{3}\left(\frac{R^3-r^3}{R-r}\right)$

Or puisque $(R - r)(R^2 + rR + r^2) = R^3 - r^3$

alors : $V = \frac{\pi h}{3}(\frac{(R-r)(R^2+rR+r^2)}{R-r}) = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + rR)$

4- Calculons en kg la quantité de farine vendue dans le mois de février par Monsieur N'DIAMOI

On sait que 1 kg = 1 dm^3

Alors V = $\frac{\pi \times 10\sqrt{3}}{3}(20^2 + 10^2 + 10\times 20) = \frac{7000\pi\sqrt{3}}{3} cm^3 \approx 12696{,}60\ cm^3$

Soit 12,69660 dm^3=12,69660 kg.

Dans le mois on aura : 6000 ×12,69660= 76179,57 kg

14 APPLICATIONS AFFINES

RÉSUMÉS DE COURS – EXERCICES DE FIXATION

I. APPLICATION AFFINE

Définition

Remarques

Exercices de fixation

1) f_1 ; f_3 ; f_4 ; f_5 ; f_7 ; f_8.

2) $f(x) = 4x + 4 - 3x - 9$
$= x - 5$; donc f est une application affine.
$g(x) = x^2 + 4x + 4 - x^2 - 7x$
$= -3x + 4$; donc g est une application affine.

3) $f(x) = 5x - 2$; $a = 5$; $y = -2$.
$g(x) = \frac{3}{2}x - 1$; $a = \frac{3}{2}$; $y = -1$.
$h(x) = \sqrt{3}x + 2$; $a = \sqrt{3}$; $y = 2$.

4) $f(x) = 3x + 5$; $f(-3) = -4$; $f(0) = 5$; $f(4) = 17$.

5) $-\frac{1}{2}a + 2 = 2$; $a = 0$; $g(0) = 2$.
$-\frac{1}{2}a + 2 = 0$; $a = 4$; $g(4) = 0$.

6) $f(x) = 2x - 3$.

II. APPLICATION LINÉAIRE

Définition

Remarques

Propriétés

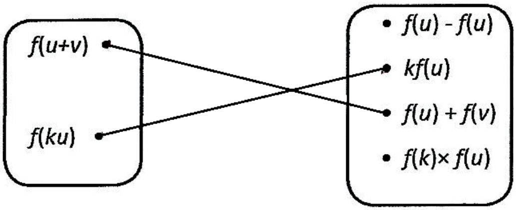
Exercices de fixation

1) $f\ et\ i$ sont des applications linéaires.

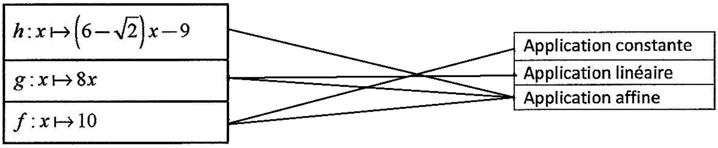
2) 1. $5a = 12$; $a = \frac{12}{5}$; $f(x) = \frac{12}{5}x$.
$2a = 5$; $a = \frac{5}{2}$; $f(x) = \frac{5}{2}x$.
2. ???????

3) b) est une application linéaire.
c) est une application linéaire.

4)



5)



6) $f(r+t) - f(r) + f(t)$ $\boxed{X}$

$f(s \times r) = s \times f(r)$ $\boxed{X}$

7) $f(x) = ax$

$f(3{,}5) = a \times 3{,}5 = 1{,}4$

$a = \frac{1{,}4}{3{,}5}$

$a = 0{,}4$.

$f(x) = \frac{2}{5}x$

$f(10) = 4$.

$f\left(\frac{5}{2}\right) = 2$.

$f(8{,}5) = \frac{17}{5}$.

III. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UNE APPLICATION AFFINE

1.Représentation graphique d'une application affine

Propriété

Exercices de fixation

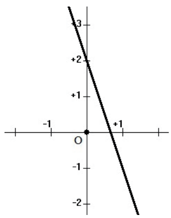
1) a) $\rightarrow y = ax + b$ $\boxed{X}$

$\rightarrow ax - y + b = 0$ $\boxed{X}$

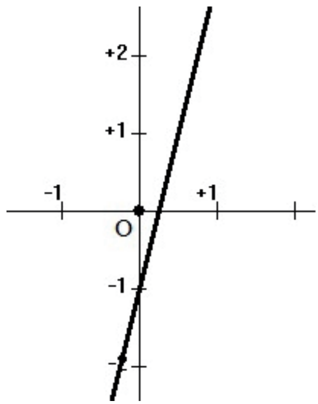
b) $\rightarrow y = 2x - 1$ $\boxed{X}$

$\rightarrow y = \frac{3-2x}{2}$ $\boxed{X}$.

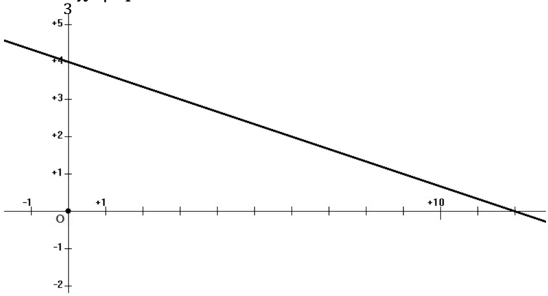
2) $f : x \mapsto -3x + 2$



$g\ :\ x \longmapsto 4x - 1.$



$h\ :\ x \longmapsto -\frac{1}{3}x + 4$



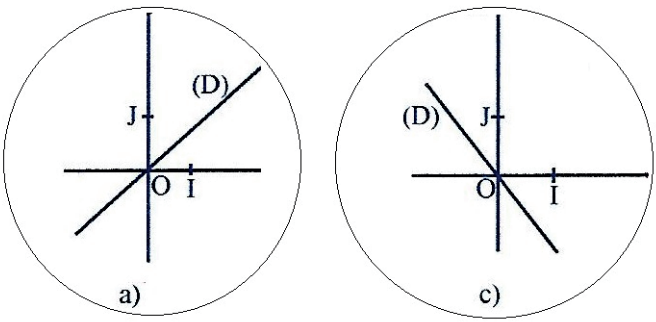
3) 1er cas : $y = x + 4;\ \ f(x)x + 4.$
2ème cas : $y = -x - 1;\ \ g(x) = -x - 1.$
3ème cas : $y = 2;\ \ h(x) = 2.$
4ème cas : $y = -2x;\ \ k(x) = -2x.$

2.Représentation graphique d'une application linéaire

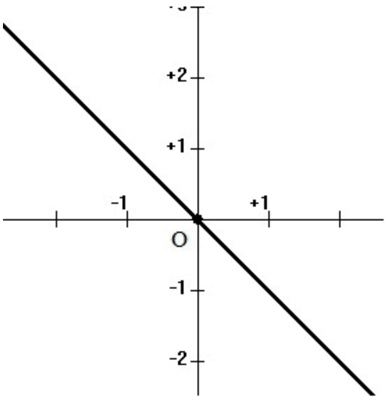
Propriétés

Exercices de fixation

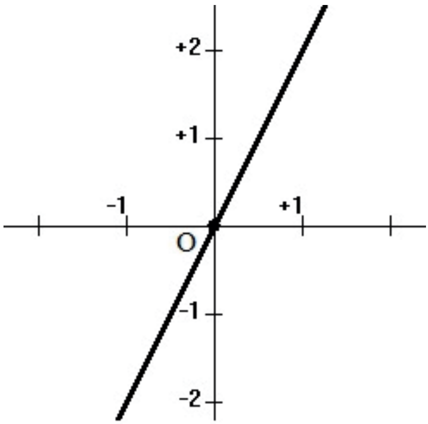
1)



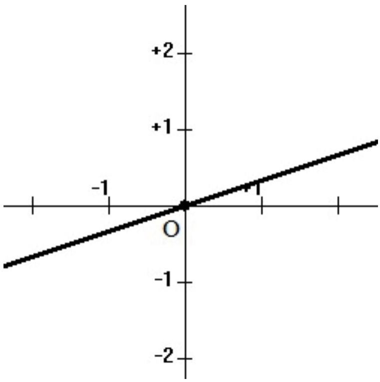
2) $f : x \longmapsto -x$



$g : x \longmapsto 2x$



$h : \ x \longmapsto \frac{1}{3}x.$



3.Détermination graphique de l'image d'un point

Exercices de fixation

1) $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$

$f(-2) = 1$; $f(-4) = 0$; $f(0) = 2$; $f(2) = 3$.

2) -2 est l'image de : a) 0

-1 est l'image de : b) -1

0 est l'image de : b) -2

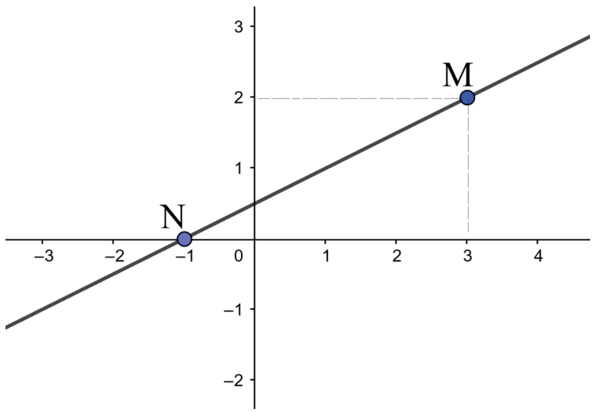
4.Détermination graphique de l'image du nombre réel a, tel que f(a) = b où b est un nombre réel donné

Exercices de fixation

1) $f(x) = -x - 2$.

$f(1) = -3$; $f(0) = -2$; $f(-1) = -1$; $f(-2) = 0$; $f(-3) = 1$.

2)



$g(x) = 0$; $x = \frac{1}{2}$.

$g(x) = -2$; $x = -5$.

IV. DÉTERMINATION DE L'EXPRESSION D'UNE APPLICATION AFFINE CONNAISSANT DEUX NOMBRES RÉELS ET LEURS IMAGES

Exercice de fixation

1) $f(x) = -x - 1$.

V. SENS DE VARIATION D'UNE APPLICATION AFFINE

Propriété

Exercices de fixation

1) $L1 \rightarrow a > 0$ $\boxed{X}$

$L2 \rightarrow a < 0$ $\boxed{X}$

$L3 \rightarrow a = 0$ $\boxed{X}$

$L4 \rightarrow$ croissante $\boxed{X}$

$L5 \rightarrow$ constante $\boxed{X}$

$L6 \rightarrow$ décroissante $\boxed{X}$.

2) a) $-2 < -1$
   $g(-2) > g(1)$
   g est décroissante.
   b) $-3 < 2$
   $g(-3) < g(-2)$
   g est croissante.
   c) g est constante.

3) $-2 < 5$, donc $f(-2) < f(5)$.

4) $\sqrt{3} < \sqrt{7}$
   $f(\sqrt{3}) > f(\sqrt{7})$.

5) $-2 < \frac{1}{3} < \sqrt{2} < 4$; comme g est croissante1,
   $g(-2) < g\left(\frac{1}{3}\right) < g(\sqrt{2}) < g(4)$.

6) * (D_2) est lié à une application affine croissante.
   * (D_1) est lié à une application constante.
   * (D_3) est lié à une application décroissante.
   * (D_4) est lié à une application affine croissante.

7) $f(x) = 2x - 3$; f est croissante car son coefficient directeur est positif.
   $g(x) = -\frac{1}{3}x + 3$; g est décroissante car son coefficient directeur est négatif.
   $h(x) = -x - 3$; h est décroissante car son coefficient directeur est négatif.
   $k(x) = 3$; k est une application constante ; son coefficient directeur est nul.
   $m(x) = \sqrt{5}x$; m est croissante car son coefficient directeur est positif.

EXERCICES DE RENFORCEMENT / APPROFONDISSEMENT

1) $L1 \rightarrow \boxed{Vrai}$
   $L2 \rightarrow \boxed{Faux}$
   $L3 \rightarrow \boxed{Vrai}$
   $L4 \rightarrow \boxed{Vrai}$.

2) f; g; h; i; j et m sont des applications affines.
   h; i; j sont applications linéaires.

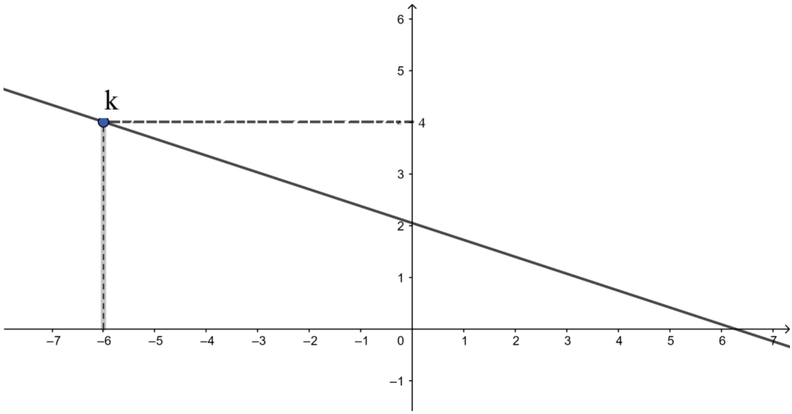
3) 1. f est croissante.
   2. $f(0) = -2{,}5$; $f(2) = -1$.
   3. $f(x) = \frac{3}{4}x - \frac{5}{2}$.

4) 1. g est décroissante.
   2. a) $g(1) = 1;\ \ g(0) = 2;\ \ g(3) = -1.$
      b) $g(3) = -2;\ \ g(1) = 1;\ \ g(-1) = 3.$
   3. $g(x) = -x + 2.$

5) 1. h est croissante car son coefficient directeur est positif.
   2. $3 < \sqrt{11}$, donc $h(3) < h(\sqrt{11})$.

6) $3 > \sqrt{7}$; $3 - \sqrt{7} > 0$; donc h est croissante.

7) 1. $-6 < 2$; $\left(-6 > h(2)\right)$; h est décroissante.
   2. $-6 < 0 < \frac{3}{2} < \sqrt{3} < \sqrt{2} + 1.$
      $h(-6) > h(0) > k\left(\frac{3}{2}\right) > k(\sqrt{3}) > k(\sqrt{2} + 1).$
   3.



8) 1. $f(x) = ax + b$
      $1350 = 20a + \square$
      $2850 = 45a + b$
      $a = 60\ \ et\ \ b = 150.$
      Le montant de la prise en charge est 150 F.
      Le prix du km est de 60 F.
   2. $f(x) = 60x + 150$
      $f(35{,}5) = 2250$
   3. $x = \frac{1380-150}{60}$; $x = 20{,}5\ km.$

9) $f(q + 2p) = f(q) + 2f(p)$
   $= 5 + 2\times 2$
   $= 9.$

SITUATION D'ÉVALUATION

1) 1. $(10;80)$; $(40;200)$.

$a = \frac{200-80}{40-10}$

$a = \frac{120}{30}$

$a = 4.$

$f(x) = 4x + 40.$

2. $f(80) = 80\times4 + 40$

$f(80) = 360$

$\frac{280-40}{4} = x.$

$x = 60.$

3. Le montant de l'emballage est de 40 F.

2) 1. La somme à percevoir et l'âge.

2. f(x) = 50 000x

3. • f(22) = 1 200 000
   • f(20) = 1 000 000
   • f(18) = 900 000

DEVOIR DE NIVEAU

Corrigés

Devoir 1

Exercice 1 :

1.B ; 2.C ; 3.C ; 4.A.

Exercice 2 :

1.F ; 2.V ; 3.V.

Exercice 3 :

1) Je justifie que A = $(3x-4)^2$

A = $9x^2 - 24x + 16$

A = $\boldsymbol{(3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2}$

A = $(3x-4)^2$

2) Je détermine les valeurs de la variable x pour lesquelles C existe.

C existe si et seulement si $\boldsymbol{(5x+5)(3x-4) \neq 0}$

$\boldsymbol{(5x+5) \neq 0}$ **et** $\boldsymbol{(3x-4) \neq 0}$ $\qquad$ $5x \neq -5$ et $3x \neq 4$

$$\boldsymbol{x \neq -1 \text{ et } x \neq \frac{4}{3}}$$

3) Je justifie que pour $x \neq -1$ et $x \neq \frac{4}{3}$, C = $\frac{(3x-4)}{(5x+5)}$

Pour $x \neq -1$ et $x \neq \frac{4}{3}$, $\quad C = \frac{9x^2-24x+16}{(5x+5)(3x-4)}$

$$C = \frac{\boldsymbol{(3x-4)^2}}{\boldsymbol{(5x+5)(3x-4)}}$$

$$C = \frac{(3x-4)}{(5x+5)}$$

Exercice 4 :

1) a- Je calcule AD

Dans le triangle ADE, B ∈ (AD), C ∈ (AE) et (BC)//(DE).

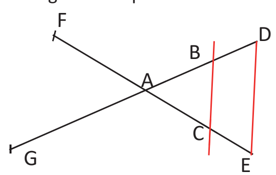
D'après la propriété de Thalès, on a $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ **.**

Donc AD $= \frac{AB \ X \ AE}{AC}$

$= \frac{4 \ X \ 4{,}5}{3}$

= 6

Cette figure manque au niveau du sujet



b- Je déduis BD

Sur le segment [AD], on a BD = AD – AB

= 6 – 4

= 2

2) Je Justifie que les droites (FG) et (BC) sont parallèles

$$\left.\begin{array}{l} \text{n a : } \frac{AB}{AG} = \frac{4}{5{,}4} = \frac{20}{27} \\ \text{et} \frac{AC}{AF} = \frac{3}{4{,}05} = \frac{20}{27} \end{array}\right\} \text{ donc} \frac{AB}{AG} = \frac{AC}{AF}$$

Dans le triangle ABC, G ∈ (AB), F ∈ (AC) tels que la position de G par rapport à A et B est la même que celle de F par rapport à A et C. De plus, $\frac{AB}{AG} = \frac{AC}{AF}$ donc d'après la réciproque de la propriété de Thalès, les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

Exercice 5

1) Je calcule MN

Dans le triangle ABC, M ∈ [AB], N ∈ $[AC]$ et (BC)//(MN).

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Donc $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$

Par conséquent MN = $\frac{AM\ X\ BC}{AB}$;

MN = $\frac{\frac{2}{3}\mathrm{AB}\ X\ BC}{AB}$;

MN = $\frac{2}{3}\ BC$

MN = 4

2) Je démontre que $\frac{MN}{AM} = \frac{BC}{AB}$

ABC est un triangle rectangle en C. Cela signifie que les droites (AC) et (BC) sont perpendiculaires. De plus, les droites (MN) et (BC) sont parallèles. Donc les droites (MN) et (AC) sont perpendiculaires.

N ∈ [AC] donc le triangle AMN est rectangle en N.

Dans le triangle ABC rectangle en C, sin $\hat{A} = \frac{BC}{AB}$ (1)

Dans le triangle AMN rectangle en N, sin $\hat{A} = \frac{MN}{AM}$ (2)

(1) et (2) montrent que $\frac{MN}{AM} = \frac{BC}{AB}$

Exercice 6

1) a/ Je justifie que la longueur du jardin est 60m

On a L x l = 2400 ; L x $\frac{2}{3}$ L = 2400 ; $L^2 = \sqrt{3600}$; L = 60

b/Je justifie qu'Il faut 985 m de fil de fer pour faire cette clôture.

- Le périmètre de Jardin à clôturer effectivement est 197 m:
  Car 2(L + $\frac{2}{3}$ L) – 3 = 2 x 100 – 3 = 197
- La longueur de fil de fer nécessaire est 985 m :
  Car 197 x 5 = 985

2) Je calcule le montant qu'il faut pour faire cette clôture

150 x 985 = 147750

Le montant est 147750 frs

3) 147750 $<$ 150000. Donc le conseil municipal dispose de moyens suffisants pour clôturer ce jardin public.

Devoir 2

Exercice 1 : 2 pts
1.V ; 2.F ; 3. F ; 4.V

Exercice 2 : 3 pts
1.C ; 2.B ; 3.A

Exercice 3 : 3 pts
1/
- L'amplitude A de J est :A = 2 – (-3) = 5 **1 pt**
- Le centre C de J est :

C = $\frac{-3+2}{2} = -0.5$**1 pt**

2/
$x\epsilon[-3\,;2]$ $\acute{e}quivaut$ à $-3 \leq x \leq 2$**1 pt**

Exercice 4: 4 pts
1) Les angles inscrits $\widehat{PMQ}$ et $\widehat{PNQ}$ interceptent le même arc $\widehat{PQ}$**1 pt**
2) On sait que l'angle aigu inscrit $\widehat{PNQ}$ et l'angle au centre $\widehat{POQ}$ sont associés

   0.5 pt

   Donc mes$\widehat{PNQ} = \frac{1}{2}$mes $\widehat{POQ}$.**0.5 pt**

Or $\widehat{POQ}$et$\widehat{MON}$sont 2 angles au centre opposés par le sommet.Donc mes $\widehat{POQ} = 92^o$.**0.5 pt**
Par conséquent mes $\widehat{PNQ} = \frac{1}{2}X\ 92^o = 46^o$ **0.5 pt**

3) Les angles inscrits $\widehat{PNQ}$ et $\widehat{PMQ}$ interceptent le même arc donc : **0.5 pt**
mes$\widehat{PMQ}$ = mes $\widehat{PNQ} = 46^o$**0.5 pt**

Exercice 5 4 pts

1) 3 et $2\sqrt{3}$ sont positifs: $3^2 < (2\sqrt{3})^2$**0.5 pt**
   Donc $3 < 2\sqrt{3}$ ce qui équivaut à $3-2\sqrt{3} < 0$**0.5 pt**

2) $B = \sqrt{(3-2\sqrt{3})^2} = |3-2\sqrt{3}|$ **0.5 pt**

Comme $3-2\sqrt{3} < 0$ **0.5 pt**

$B = -(3-2\sqrt{3})$ **0.5 pt**

$$= -3 + 2\sqrt{3}$$

3) $3.464 < 2 \times \sqrt{3} < 3.466$ **0.5 pt**

$-0.466 < 3 - 2\sqrt{3} < -0.464$ **0.5 pt**

$-0.47 < A < -0.46$ **0.5 pt**

<u>Exercice</u> 6 4 pts

1) $Les\ droites\ (EF)\ et\ (CG)$ sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la même droite (AG).
   Dans le triangle ACG, E∈ [AC], F ∈ [AG]et $(EF)//(CG)$. **1 pt**

Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès on a: **1 pt**

$$\frac{AF}{AG} = \frac{AE}{AC} = \frac{EF}{CG}$$

2) $\frac{AE}{AC} = \frac{EF}{CG}$ équivaut à $\frac{100}{600} = \frac{15}{CG}$ équivaut à 100 CG = 15 x 600
   CG = 90 m **1 pt**

3) Océane ne pourra pas arriver au sommet car $90 > 80$. Elle aura le vertige et chutera inexorablement. **1 pt**

Devoir 3

<u>Exercice 1</u>(2,5 points)
1.C ; 2.A ; 3.B.**(0,5 pt) + (1pt) + (1pt)**

<u>Exercice 2</u>(2,5 points)
1.V ; 2.F ; 3.V.**(0,5 pt) + (1pt) + (1pt)**

<u>Exercice 3</u>(3 points)

1) $A = \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$**(0,5 pt)**

$= \frac{3-2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2}$**(0,5 pt)**

$= \frac{3-2\sqrt{2}}{9-8}$**(0,5 pt)**

$= 3 - 2\sqrt{2}$

2) $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

$3 - 2 \times 1,415 < 3 - 2\sqrt{2} < 3 - 2 \times 1,414$**(0,5 pt)**

$0,170 < 3 - 2\sqrt{2} < 0,172$**(0,5 pt)**

$0,17 < 3 - 2\sqrt{2} < 0,18$**(0,5 pt)**

<u>Exercice</u> 4(3 points)

1) L'angle aigu inscrit $\widehat{ACB}$ et l'angle au centre $\widehat{AOB}$ sont associés.**(1,5pt)**

Donc mes $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}$ mes $\widehat{AOB}$

$= \frac{1}{2} \times 70°$

$= 35°$

2) Les angles aigus inscrits $\widehat{ADB}$ et $\widehat{ACB}$ interceptent le même arc $\widehat{AB}$.**(1,5pt)**

Donc mes $\widehat{ACB}$ = mes $\widehat{ADB}$

<u>Exercice</u> 5(5points)

1) a) $AB\binom{1-1}{2-4}$**(1pt)**

b) 2 x 0 +(-2) x 0 = 0**(1pt)**

2) AB = $\sqrt{0^2 + (-2)^2}$**(0,5pt)**

$= \sqrt{0+4}$

$= \sqrt{4}$**(0,5pt)**

$= 2$

3)BC = $\sqrt{2^2 + 0^2}$**(0,5pt)**

$= \sqrt{4}$

$= 2$

On a AB = BC et $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux. Donc le triangle ABC est isocèle **(1,5pt)**rectangle en B.

<u>Exercice</u> 6(4points)

1) Exprime en fonction de x
   a) La proposition 1 : $4800x$**(0,5pt)**
   b) La proposition 2 : $3000x + 54000$**(1pt)**
2) $4800x < 3000x + 54000$
   $4800x - 3000x < 54000$**(0,5pt)**
   $1800x < 54000$**(0,5pt)**
   $x < 30$**(0,5pt)**
3) Mademoiselle SERI a raison car on voit avec la réponse de la question 2) que pour un temps de travail plus petit que 30 heures, la proposition 2 est la plus avantageuse.**(1pt)**

Achevé d'imprimer sous les presses de : JD Éditions
Pour le compte de JD Éditions.
Tél. : 23 00 17 50
Mise en page : JD Éditions